

RALLYE MATHÉMATIQUE DE BOURGOGNE

2017 : 35^e rallye



Arbre pythagoricien en 3D, réalisé par Jos Leys

Institut de Recherche Sur L'Enseignement des Mathématiques

Faculté Sciences Mirande - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex

☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39

e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr" - <http://irem.u-bourgogne.fr>

Au fil du temps, le rallye mathématique est devenu un rendez-vous reconnu et attendu. Il a, cette année encore, rencontré un vif succès. Cette édition a en effet rassemblé tous les facteurs et toutes les conditions afin d'en faire un succès incontestable. Il en est ainsi du nombre d'élèves participants, de la diversité des établissements et de la qualité remarquable des réponses apportées par les équipes en compétition. La forte participation donne à cet évènement toute l'envergure qu'il mérite et permet d'offrir aux mathématiques une visibilité importante.

Le rallye mathématique est ainsi devenu un rendez-vous phare. C'est un élément structurant qui donne une occasion supplémentaire aux lycéennes et aux lycéens de travailler en équipe dans une approche divertissante, captivante et vivante.

Fruit d'un investissement important de la part de nombreux acteurs, ce nouveau succès est incontestablement à mettre à l'actif des équipes éducatives des lycées. Il n'aurait aussi pas été possible sans le soutien des différents partenaires institutionnels et privés. Le bon déroulement des épreuves du rallye, sa pérennité et son ampleur, tiennent aussi à la qualité de son organisation, à laquelle l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'université de Bourgogne consacre une forte énergie.

Je tiens ici à remercier vivement toutes celles et ceux qui ont contribué à cette édition. Ils démontrent une nouvelle fois que la coopération entre les établissements du secondaire, les services académiques, les collectivités, les entreprises et l'université de Bourgogne est un facteur de réussite.

Je tiens à féliciter les lycéennes et les lycéens qui ont participé à cette édition du rallye mathématique. Pratiquer cette discipline et apprendre à l'apprécier favorise la réussite dans les études. En effet, c'est une matière importante par elle-même, mais aussi comme support ou complément d'autres disciplines.

Les mathématiques sont directement au cœur de la recherche et de l'innovation, elles nous entourent au quotidien sans que nous n'y prêtions attention. Ce rallye mathématique contribue à donner aux lycéennes et aux lycéens une image modernisée des mathématiques.

Je ne doute pas que cette initiative donnera envie à certains d'entre eux de poursuivre leurs études supérieures en mathématiques à l'université de Bourgogne et, pourquoi pas, d'embrasser un parcours de grands chercheurs.

Alain BONNIN
Président de l'université de Bourgogne

Les mathématiques ne sont pas seulement un outil de service décliné à travers des procédures calculatoires. Elles sont d'abord et avant tout un langage du monde au sens le plus galiléen. Citons le maître toscan : « *La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola ; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.* » ⁽¹⁾. Cette conception des mathématiques comme langage est désormais prise en compte dans le socle commun de connaissances et de compétences, dans le domaine 1. Le mathématicien contemporain Mickaël LAUNAY, dans son livre *Le grand roman des maths*, défend même la thèse selon laquelle le langage mathématique et le langage tout court sont issus du même acte de naissance, au néolithique moyen, quelque part en Mésopotamie.

En dehors du langage, les mathématiques sont aussi une formation à la pensée rationnelle. C'est dans cette perspective que les jeux de l'esprit, tels que les rallyes mathématiques, trouvent leur place pour donner aux pratiquants des ressorts de motivation pour penser, comprendre, imaginer, chercher ... et parfois trouver. Le rallye mathématique de Bourgogne 2017, pour sa 35^e édition, n'a pas déçu par la qualité, l'originalité et l'attractivité de ses énoncés, parfois fantasques mais toujours passionnants.

Il convient de remercier tout d'abord l'IREM pour une organisation sans faille, année après année, ainsi que les chevilles ouvrières du rallye, Florian Plastre et Marc Champagne, bientôt rejoints par Patrick Guisset, pour leur talent, leur imagination et leur travail. N'oublions pas d'associer à ces remerciements les équipes ayant permis la bonne marche du rallye dans les lycées, professeurs, personnels de direction et de vie scolaire. Enfin, il faut féliciter les 848 participants, et se réjouir d'une hausse significative de la participation au rallye depuis plusieurs années. Bravo à tous, filles et garçons, lauréats et simples participants. Soyez fiers d'aimer les mathématiques, à travers toutes ses facettes.

Robert FÉRACHOGLOU
Inspecteur d'académie,
Inspecteur pédagogique régional de mathématiques

(1) La philosophie est écrite dans ce très grand livre qui demeure perpétuellement ouvert à nos yeux – j'ai nommé l'univers – mais on ne peut la comprendre si l'on n'apprend pas d'abord à comprendre la langue et connaître les caractères avec lesquels est écrit ce livre. Il est écrit dans la langue des mathématiques, et les caractères sont triangles, cercles et autres figures géométriques, sans l'intermédiaire desquels il est impossible aux humains d'en comprendre les mots ; sans eux, nous errerions vainement dans un obscur labyrinthe.

Félicitations à tous les participants à cette nouvelle édition du rallye, vous avez été cette année encore plus nombreux, plus de 800 élèves provenant de toute la Bourgogne. Avec une mention spéciale pour les équipes lauréates !

Le monde d'aujourd'hui est mathématique et ce rallye vous aidera, je l'espère, à devenir les metteurs en scène qui actionneront les rouages de demain. Grâce aux énigmes proposées, cette manifestation contribue à développer la curiosité, la logique, l'inventivité, le goût de la recherche et le travail en équipe : vous pouvez être pour quelques instants un ou une Sherlock Holmes en mathématiques ! Et peut-être, des « graines » de futurs chercheurs ou chercheuses en mathématiques !

Je remercie et félicite l'équipe de l'IREM de Dijon composée de Marc CHAMPAGNE, Michel LAFOND, Florian PLASTRE et Patrick GUISSSET qui a organisé le rallye d'une main de maître : de la conception des sujets à l'organisation d'une remise des récompenses à l'Université, pour les lycéens de l'agglomération dijonnaise, en passant par la correction des copies et la rédaction de ce compte-rendu, c'est d'abord à eux que nous devons ce rallye.

Tous mes remerciements vont bien sûr également aux professeurs qui inscrivent leurs élèves et assurent le déroulement du rallye dans leur lycée et aux chefs d'établissement qui autorisent la mise en place de l'épreuve.

Je vous donne rendez-vous à la prochaine édition en espérant que vous allez être encore plus nombreux et motivés à résoudre de nouveaux défis !

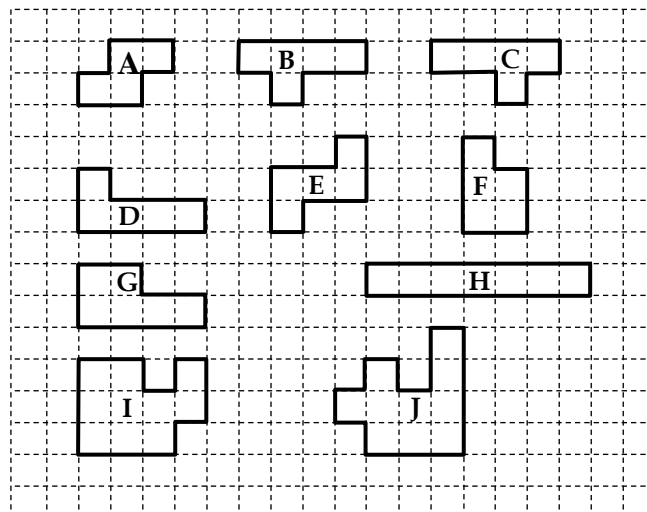
Camelia Goga
Directrice de l'IREM

ÉNONCÉS 2016

Exercice 1 - PUZZLE

Reconstituer un carré de 7×7 cases sans chevauchement et sans trou avec quelques-unes des pièces ci-contre, sans utiliser plusieurs fois une même pièce.

On peut faire tourner les pièces, mais pas les retourner (la lettre doit rester visible).



Exercice 2 - LE PLUS GRAND DES DEUX

Quel est le plus grand de ces deux nombres ?

Le nombre total des chiffres utilisés pour écrire 1, 2, 3, 4, ..., 1000.

Le nombre total de zéros utilisés pour écrire 1, 2, 3, 4, ..., 10000.

Exercice 3 - LE CADENAS

Jules a sur son casier un cadenas à combinaison à trois chiffres.

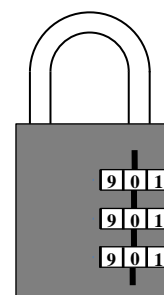
Chacun des trois barilletts est numéroté de 0 à 9 et ne tourne que dans le sens

$0 - 1 - 2 \dots - 9 - 0 - 1 \dots$

La combinaison du cadenas de Jules est 591.

Son cadenas est facétieux. Lorsqu'il tourne le barillet du haut d'un cran, le barillet du centre tourne de deux crans et le barillet du bas de quatre crans. Lorsqu'il tourne le barillet du centre d'un cran, le barillet du bas tourne de deux crans et le barillet du haut de quatre crans. Lorsqu'il tourne le barillet du bas d'un cran, le barillet du haut tourne de deux crans et le barillet du centre de quatre crans.

Au départ, la combinaison affichée est 000.

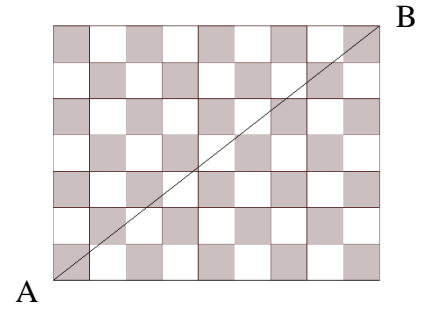


Proposer une méthode à Jules pour ouvrir son cadenas.

Exercice 4 - BLANC ou NOIR

Les cases d'un échiquier de 7×9 cases sont colorées alternativement en noir et blanc.

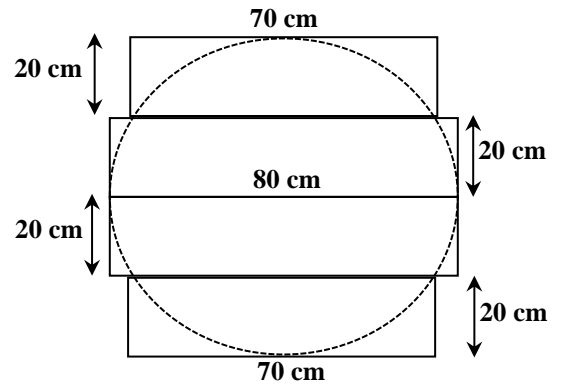
En suivant la diagonale de A vers B, parcourt-on plus de distance dans le noir ou dans le blanc ?



Exercice 5 - ICI AUSSI ON SCIE

Gaston doit recouvrir complètement un trou circulaire de 40 cm de rayon.

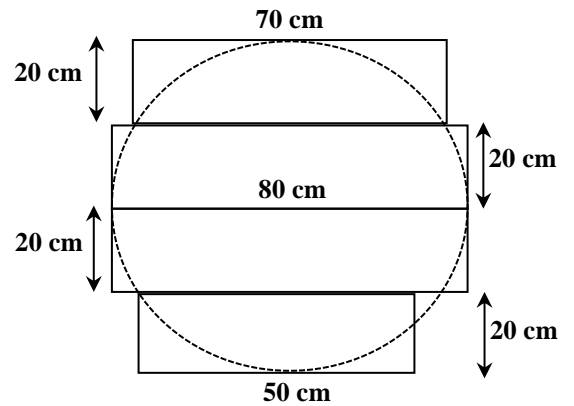
Il dessine le plan ci-contre qui lui permettrait avec une planche rectangulaire de 20 cm \times 300 cm et trois coups de scie, de réaliser l'opération.



Hélas ! La planche qu'il a achetée mesure seulement 20 cm \times 280 cm.

S'il procède de la même manière, il constate qu'il ne peut plus recouvrir complètement le trou circulaire.

Comment peut-il néanmoins réaliser l'opération, en trois coups de scie ?

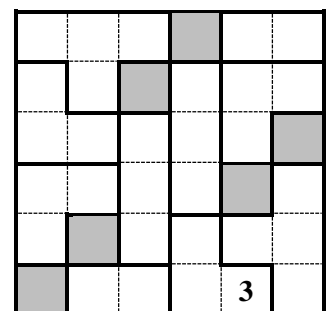


Exercice 6 - SIMILI SUDOKU

Remplir le carré ci-contre à la manière d'un sudoku.

Chaque ligne et chaque colonne doit contenir les nombres 1, 2, 3, 4, 5 dans les cases blanches.

De plus, les 10 régions polygonales doivent avoir la même somme.



Exercice 7 - FÊTE AU VILLAGE

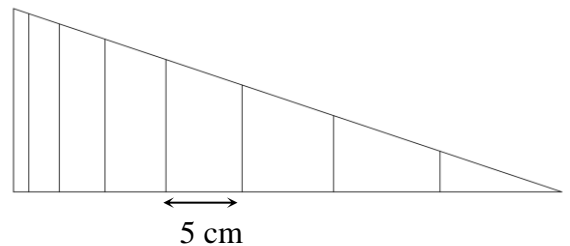
Lors d'une fête, il y a 21 filles et des garçons. Chaque fille est amie avec 16 ou 17 garçons.
Un garçon sur deux est ami avec 14 filles et un garçon sur deux est ami avec 15 filles.

Combien y a-t-il de garçons ?

Exercice 8 - HISSEZ LES COULEURS

La Rallynésie Occidentale vient d'acquiescer son indépendance, et le choix de son drapeau porte sur un motif triangulaire rectangle (voir figure). Les 8 bandes verticales ont des largeurs de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 cm.

Chacune des bandes sera colorée soit en rouge soit en vert.
Comment faire en sorte que les aires des domaines rouges et verts soient égales ?



Faire le dessin.

Exercice 9 - UN MINIMUM POUR MAX

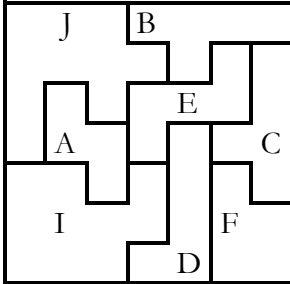
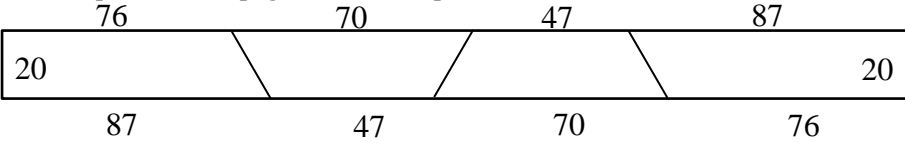
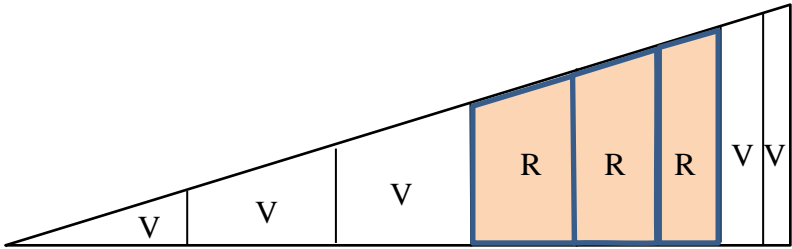
Pour entrer dans son immeuble, Max doit saisir dans l'ordre les trois lettres du code d'entrée.
Les lettres du code sont parmi {A, B, C}.

Le digicode est à mémoire et peut enregistrer jusqu'à 50 caractères.

Par exemple, lorsque Max tape BAACBAC, la porte s'ouvre si le code est BAA, AAC, ACB, CBA ou BAC

Mais Max a complètement oublié le code d'entrée !

Combien de lettres Max doit-il taper au minimum pour être certain de se faire ouvrir ?

Exercice	Solution																																				
1. Puzzle	<p>Le puzzle peut être reconstitué en rejetant les pièces G et H.</p> 																																				
2. Le plus grand des deux	Ces deux nombres sont égaux à 2893.																																				
3. Le cadenas	Par exemple, on peut tourner le barillet du haut d'un cran, celui du milieu de trois crans puis celui du bas d'un cran.																																				
4. Blanc ou noir	Le noir est majoritaire.																																				
5. Ici aussi on scie	<p>Un exemple de découpage en trois coups de scie :</p> 																																				
6. Simili sudoku	<table border="1" data-bbox="804 925 1238 1279"> <tr> <td>3</td> <td>1</td> <td>2</td> <td></td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td></td> <td>1</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>3</td> <td></td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td>5</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>5</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </table>	3	1	2		4	5	4	3		1	5	2	1	4	3	5	2		5	2	1	3		4	2		5	4	1	3		5	4	2	3	1
3	1	2		4	5																																
4	3		1	5	2																																
1	4	3	5	2																																	
5	2	1	3		4																																
2		5	4	1	3																																
	5	4	2	3	1																																
7. Fête au village	Il y a 24 garçons.																																				
8. Hissez les couleurs	 <p>Solution unique à la permutation des couleurs près.</p>																																				
9. Un minimum pour Max	Max doit taper un minimum de 29 lettres. En voici un exemple : CAAABAACABBABCACBCBACCBBBCCCA.																																				

2. LA PARTICIPATION

Le 35^{ème} Rallye mathématique de Bourgogne des lycées s'est déroulé le mercredi 25 janvier 2017.

Il a concerné :

28 lycées

260 équipes

848 participants.

Voici l'évolution de la participation ces sept dernières années :

Année	Côte d'Or	Nièvre	Saône et Loire	Yonne	Total des participants
2011	281	122	145	90	638
2012	304	104	140	30	578
2013	298	134	84	34	550
2014	263	131	148	39	589
2015	309	198	149	49	705
2016	365	180	154	72	771
2017	427	172	180	69	848

Les effectifs par lycée et par niveau sont récapitulés ci-après.

Niveau I : secondes

Niveau II : premières et terminales non scientifiques

Niveau III : premières S

Niveau IV : terminales S

	Lycées	Equipes					Participants				
		I	II	III	IV	Total	I	II	III	IV	Total
Côte d'or 10 lycées	Anna Judic - SEMUR EN AUXOIS	6	0	1	2	9	19	0	4	5	28
	Carnot - DIJON	3	1	7	5	16	9	3	25	18	55
	Charles de Gaulle - DIJON	3	1	3	6	13	7	1	12	22	42
	Clos Maire - BEAUNE	1	0	0	0	1	4	0	0	0	4
	Gustave Eiffel - DIJON	11	0	6	5	22	40	0	18	19	77
	Eugène Guillaume - MONTBARD	2	3	0	0	5	4	9	0	0	13
	Marey - BEAUNE	0	0	0	1	1	0	0	0	2	2
	Saint Benigne - DIJON	7	4	2	3	16	26	14	8	11	59
	Stephen Liegeard - BROCHON	11	3	6	4	24	39	9	21	16	85
Saint Joseph - DIJON	8	4	6	2	20	26	12	17	7	62	
Nièvre 5 lycées	Alain Colas - NEVERS	9	2	5	9	25	25	6	18	31	80
	Jules Renard - NEVERS	4	0	6	5	15	13	0	19	18	50
	Maurice Genevoix - DECIZE	1	0	2	1	4	2	0	5	4	11
	Notre-Dame - NEVERS	0	0	0	2	2	0	0	0	6	6
	Romain Rolland - CLAMECY	3	1	2	1	7	10	3	8	4	25
Saône et Loire 9 lycées	Gabriel Voisin - TOURNUS	1	0	1	1	3	3	0	2	4	9
	Julien Wittmer - CHAROLLES	0	0	0	1	1	0	0	0	3	3
	La Prat's - CLUNY	1	0	3	0	4	2	0	9	0	11
	Lamartine - MACON	0	0	7	1	8	0	0	25	2	27
	Léon Blum - LE CREUSOT	7	0	5	0	12	27	0	18	0	45
	Lycée militaire - AUTUN	7	2	0	2	11	25	7	0	5	37
	Niepcé - CHALON	4	2	1	1	8	12	6	1	4	23
	Notre-Dame Ozanam - MACON	4	0	2	0	6	11	0	4	0	15
	Pontus de Tyard - CHALON	2	0	1	0	3	6	0	4	0	10
Yonne 4 lycées	Chevalier d'Eon - TONNERRE	1	1	0	2	4	4	1	0	5	10
	Parc des Chaumes - AVALLON	1	0	2	2	5	2	0	8	6	16
	Jacques Amyot - AUXERRE	3	0	3	1	7	8	0	6	2	16
	Joseph Fourier - AUXERRE	6	0	2	0	8	22	0	5	0	27
28	TOTAL	106	24	73	57	260	346	71	237	194	848

3. L'ORGANISATION

L'IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques), dépendant de l'Université de Bourgogne, est l'organisateur du rallye.

Le financement est assuré par l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) et l'IREM.

L'élaboration des sujets et la correction des copies sont assurées dans le cadre de l'IREM par : Marc CHAMPAGNE, Patrick GUISET, Michel LAFOND, Florian PLASTRE et Régis QUERUEL.

Quatre autres personnes ont participé au choix définitif des sujets : Laurent BANDERIER, Thomas BUREL, Robert FERACHOGLOU, Frédéric LEMASSON, Maurice NUSSBAUM.

Il faut remercier tout spécialement :

Monsieur le Recteur de l'Académie de Dijon, Mesdames et Messieurs les Chefs d'Établissement, Adjointes et CPE, qui ont autorisé et permis la mise en place du Rallye.

Robert FERACHOGLOU, IA-IPR de mathématiques, qui a accepté de co-bayer le sujet.

Camélia GOGA, Directrice de l'IREM.

Régis QUERUEL qui, après avoir collaboré quatre années à l'organisation du rallye, a changé d'académie pour de nouvelles missions.

Patrick GUISET qui a rejoint l'équipe organisatrice cette année.

Tous les professeurs qui ont bénévolement assuré l'organisation matérielle du Rallye dans leur établissement et la surveillance de l'épreuve.

Fouziya MOUSTAKIM, qui est responsable à l'IREM de la "logistique" du Rallye et de la publication de cette brochure.

Tous ceux qui ont bien voulu chercher les problèmes posés et nous faire part de leurs idées, par courrier, par la presse régionale ou par Internet.

Et bien évidemment les 848 Bourguignons qui ont travaillé durement. Parmi eux, signalons la présence de 13 élèves du lycée professionnel Eugène Guillaume de Montbard, dont 4 ont été récompensés. Cela faisait longtemps qu'un lycée professionnel n'était pas représenté au rallye...

4. LA RÉUSSITE

Exercice	Nombre d'équipes	Proportion d'équipes ayant abordé le problème	Proportion d'équipes ayant donné la bonne réponse
1. Puzzle	130	80,8%	78,1%
2. Le plus grand des deux	130	91,5%	9,2%
3. Le cadenas	130	82,3%	70,1%
4. Blanc ou noir	260	83,8%	25,2%
5. Ici aussi on scie	260	70,8%	3%
6. Simili sudoku	260	84,6%	84,1%
7. Fête au village	130	80%	50%
8. Hissez les couleurs	130	80%	40,4%
9. Un minimum pour Max	130	88,5%	72,2%

Les meilleures équipes sont :

Niveau I (secondes)

**L'équipe : [MARTINELLI Chloé – CÔTE Oan – DAUVISSAT Clément – SEROUL Alan]
du lycée Chevalier d'Eon de Tonnerre avec 43 points sur 60.**

Niveau II (premières et terminales non scientifiques)

**L'équipe : [Kasnik Jan – Lamaurie Clément – Le Grand Cyprien]
du lycée Carnot de Dijon avec 47 points sur 60.**

Niveau III (premières S)

L'équipe : [GAUTHIER Etienne – PHAM-VAN Léo – XU Franck]
du lycée Carnot de Dijon avec 52 points sur 60.

Niveau IV (terminales S)

L'équipe : [DEBRABANT Corentin – LEBRETON Maxime – PAUTRAT Olivier – TIENDA Floryan]
du lycée du Parc des Chaumes d'Avallon avec 56 points sur 60.

Nous déclarons meilleure équipe du rallye 2017

DEBRABANT Corentin – LEBRETON Maxime – PAUTRAT Olivier – TIENDA Floryan
du lycée du Parc des Chaumes d'Avallon

5. LE PALMARÈS

Seules les équipes de moins de 5 élèves seront récompensées

Secondes

1	MARTINELLI Cloé, DAUVISSAT, Clément SEROUL, Alan CÔTE Oan	Lycée Chevalier d'Eon
2	JAILLARD Mathilde, BONNY Kateline, ROUSSET Gaston	Lycée Romain Rolland
3	BALDWIN Benji, PASCAL Antoine, DEBARBOUILLE Clément, FILIPE Damien	Lycée militaire d'Autun
4	NASOM Léo, LENOIR Noé, FOUQUIN Sullivan, MOLARD Cédric	Lycée Stephen Liégeard
5	CHAINE Loris, CHARVY Lison, GOLLARD Nathalie, DEHAYE Oriane	Lycée Anna Judic
6	GONFALONE Antoine, GONFALONE Benjamin, DESCHAMPS Théo, MERLE Antoine	Lycée Carnot
7	BADOT Lyne, BÉNAS Magda, PONT Laura	Lycée Gabriel Voisin
8	PYKA Louis, SAYARATH Dylan, WECKER Benoît, WOILLARD Juliette	Lycée St-Bénigne
9	LOUCHE Killian, DIRAND Théo, DIGEON-UGGERI Julien	Lycée St-Bénigne
10	PEZENNEC Océane, TRIPIER Magnolia	Lycée Parc des Chaumes
11	ALLOUIS Cloé, BOUVIER Nicolas, PRIESTER Marine, VOLZA Lisa	Lycée Anna Judic
12	BRUGNIAUD Clara, DUPIN Maëlle, CANTHELOU Mahaut, LEBLANC Charlotte	Lycée Pontus de Tyard
13	FRINGANT Fanny, DOMERGUE Théo, LAURENT Arthur, ZANA Charlotte	Lycée St-Bénigne
14	PABOEUF Anthony, BAROLLET Sam, PAUTET Lucas	Lycée Eiffel
15	MANSUY Alicia, SAHR-ROUNY Laura, TALLANDIER Vanille, PIZZOLATO Léa	Lycée Stephen Liégeard
16	DUVIVIER Julie, DIVERS Elsa, MARTEAU Marina	Lycée Stephen Liégeard
17	MESNARD Alizée, HUBINOIS Mélusine, DELAGRANGE Bastien	Lycée Carnot

Premières et terminales non scientifiques

1	KASNIC Jan, LAMAURIE Clément, LEGRAND Cyprien	Lycée Carnot
2	CHEVILLARD Ophélie	Lycée Chevalier d'Eon
3	ROUSSEAU Jade, RAMEAU Léa, MILLARD Olivia	Lycée Romain Rolland
4	HERVÉ Arthur, RODOT Antoine, NICOLAS Baptiste	Lycée Niepce
5	VERNAZ Guillaume, LEQUIN Clément, WITKOWSKI Cyprien, MARCHESE Samuel	Lycée St-Joseph
6	PAUCHET GRANDCHAMPS Valentin, DEBRABANT Erwann, GAROS William, LESTAGE Jason	Lycée Eugène Guillaume

Premières scientifiques

1	XU Franck, PHAM-VAN Léo, GAUTHIER Etienne	Lycée Carnot
2	GAILLARD Raphaël, HUSY Nathan, YEME Baptiste, LAVIE Romain	Lycée Carnot
3	HOFFSTETTER Julie, MAILLARD Hugo, CONTET Clément, DIAFERIA Théo	Lycée Charles de Gaulle
4	KUNZOVA Barbara, TERRAUX Chloé, GUYOT Alexandre, DACHICOURT Julie	Lycée Carnot
5	BLAIS Elliott, AGHA Nadir, MEIGNAN-MASSON Ilya, GIRARD Yann	Lycée Carnot
6	GOURHAND Jules, CASTEL Florian, CASAS Maxime, CARRON Guillaume	Lycée Eiffel
7	TUDIC Axelle, CORDIER Arthur, REBET Dorian	Lycée La Prat's
8	MOUGET Léna, VATAN Célia, HITIER Sarah, DIVORNE Laura	Lycée Romain Rolland
9	GHRIANI Mareah, ZAIMI Mariam	Lycée Carnot
10	PIGNALET Nathan, FONTAINE Nicolas, GODART Lilian, BREUGNOT Nicolas	Lycée Romain Rolland
11	BAUMONT Noëlie, BIGARNE Amandine, DUREY Cathy, PROST Manon	Lycée Stephen Liégeard
12	PALANCHON Matthieu, NELATON Victor, CATIMEL Timothée, HAAS Guillermo	Lycée Pontus de Tyard
13	VAN KALNTHOUT Alban, DA CRUZ Mélinda	Lycée Jacques Amyot
14	BOUNSAVATH Alexy, BAR Tom, FLICOURT Aurélien	Lycée Léon Blum

Terminales scientifiques

1	DEBRABANT Corentin, LEBRETON Maxime, PAUTRAT Olivier, TIENDA Floryan	Lycée Parc des Chaumes
2	MONIOT Florian, MORIZOT Marvin, MOUILLON Baptiste, MULLATIER Lucas	Lycée Eiffel
3	SIMON Léo, BLONDEL Rémi, HONGROIS Rémi, PLORMEL Allan	Lycée Carnot
4	MERLIN Pierrick, NICOLLE Clément, BONNOT Théotime, PONGE Antoine	Lycée Romain Rolland
5	DECHANET Alexandre, SEROUL Brayan, MULOT Lendy	Lycée Chevalier d'Eon
6	POUX--BOURET Benjamin, RAYNAUD Aurélien, PENIGOT Etienne, BOURGEOIS Jean	Lycée Gabriel Voisin
7	GAUTHÉ Maélys, TORT Alice, CONTI-LESLIE Tom	Lycée Charles de Gaulle
8	PRET Aileann, MERLE Denis, ANDRÉ Gaëlle, BILLARD Tiphaine	Lycée Jules Renard
9	CORBIER Valentin, ANDRÉ Eléa, FLEISH-VIARD Clara, SANDRÉ Marie	Lycée Jules Renard
10	BEAUBIS Clara, CHARLET Robin, GRESSET Matthieu, LAUBEPIN Emma	Lycée Eiffel
11	ROBELIN Fanny, CHAPPELLIER Julien, PAPAARAZZO Luca, LENOIR Tristan	Lycée Stephen Liégeard

Élèves cités, non récompensés.

Secondes

HOLLEUOET Paul, LOUMEAUD Jean, BRETON Gabriel, ADAM-VAMPS Samuel	Lycée militaire d'Autun
MONANGE Gaspard, MARTIN Yannick, NIOGRET Astrid, VENOT Agathe	Lycée Eiffel
BOIZARD Solène, NAUDIN Noémie, RUELA DA SILVA Emeline, BRIDIAU Anne-Flore	Lycée Romain Rolland
PAGET-LATOURE Rémy, PASCOT Jules, HOFMANN Timothée, THOMAS Maëlle	Lycée Clos Maire
AKAY Sena, DODIN Elsa, POT Jonathan	Lycée Jacques Amyot
SIMON Marie, USTUN Lisa, RAMOS DURAND Gabriella, COUDERT Hugo	Lycée St-Bénigne
NOGUÉ Maxime, PORCHE Maël, VITU François-Jean, VITU Louis-Emiland	Lycée Léon Blum
AMOUROUX Aglaé, BOUDIER Salomé, BURNY Camille, MASSON Hugo	Lycée Anna Judic
PLANTEVAIN Camille, LANGILLER Réjane, BOURGOGNE Charline	Lycée Ozanam
HORTAL Antoine, COCHARD Alec, WALTER Tillman, DORBAIS Thomas	Lycée Eiffel
DUCHESNE--MATHIS Sylvestre, DEMONCEAUX Mathis, MACHADO Anaïs, TROUSSIER Lili	Lycée Léon Blum
BELTRAN Lucile, LAROCHE Laura	Lycée Anna Judic
RABOURDIN Hugo, MARCHÉ Baptiste	Lycée Pontus de Tyard

Premières et terminales non scientifiques

COTS Antoine, RICHOMME Léo, LAVIER Clément, RIFFEL Guillaume	Lycée St-Bénigne
THAROT Marie, GREBOT Quentin, ATTAL Antoine	Lycée Niepce
DECOURCELLES Thomas, DEVAUD Marc, CHARBONNAUD Jean-Benoit	Lycée St-Joseph
SEVOU Jason, LEMONIE Teva, LINEL Armand, SOSSAVI Franck	Lycée militaire d'Autun
MANGINOT Hugo, REGY Ismaël	Lycée St-Joseph
CHARME Anaëlle, KELLER Johanne, FOLLIS Zoé	Lycée Alain Colas

Premières scientifiques

ZAPPA Marie, FAZILLEAU Florian, BERGTHOLD Mia, BORDEAUX Timothée	Lycée Parc des Chaumes
BRUNET Eloïse, RUGHOO Kenza, MARTIN Julien	Lycée Lamartine
PINEAU Côme, HUYSMAN Cormac, MARC Hadrien, RAVELET Thomas	Lycée St-Joseph
MEUNIER Victor, RENIAUD Félix, BOUILLIN Matteo, TAIEB Antonin	Lycée La Prat's
BADON Clément, VELOSO Florian, VAISON Hugo, LACHAT Alexandre	Lycée Léon Blum
DOLLÉ Candice, KUCHARSKI Mélanie, CAGNAT Clémence	Lycée Fourier
OTTAVI Flore, TEKIN Rabia, RHETY Estelle, ROCHE Agathe	Lycée Lamartine
SCHMITT Nathan, PIOCHON Cyril, FERRON Guillaume	Lycée Lamartine
SARRAZIN Louis, VALETTE Gaspard, BARBE Clément, KARA Ahmed Arda	Lycée Lamartine
TOILLON Amandine, STULA Hugo, BOUCHARD Alexis, GANSTER Zoé	Lycée Stephen Liégeard
MALLET Auregan, DIOGO Soline, AFONSO Corentin	Lycée St-Joseph
DUCHAMPS Alexy, ZMUDA Robin, DEVAUX Quentin	Lycée Maurice Genevoix
BARNET Jérémie, DI CORTAN?O Thomas, LE MAPI?AN Simon	Lycée Jules Renard
MARTIN Mathilde, COQUERY Thibault	Lycée Jules Renard
ALLEGRE Jeanne, TUELLE Anaëlle, MINE Inès, REAUD Marion	Lycée Alain Colas

Terminales scientifiques

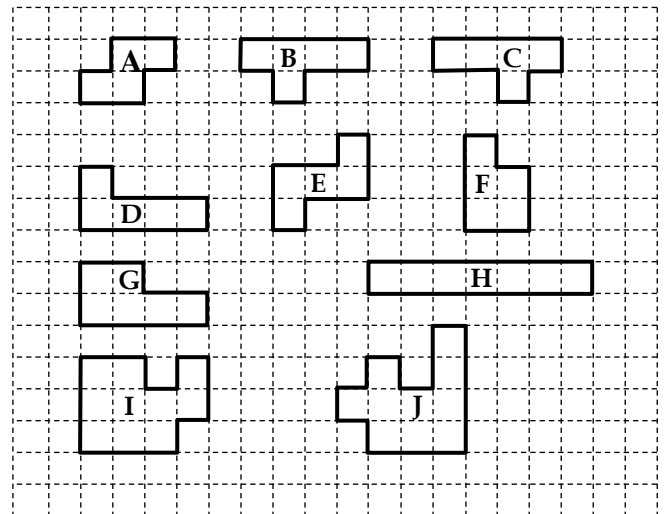
DOS SANTOS Julien, DOUBRE Maxime, CHUZEVILLE Pierre	Lycée Notre-Dame, Nevers
BAYLE Ernest, DI FRANCESCO Corrado, AMIOTTE SUCHET Alex	Lycée Carnot
RIVIERE Anne-Laure, MONTAGNON Clara, GACHET Héloïse, VOLEJNIK Ondrej	Lycée Carnot
DELAPORTE, NOTIN, LANAUD, ZANINI	Lycée Stephen Liégeois
BUREAU DU COLOMBIER Bénédicte, CRESPIN Florence, GRONDIN Félix, ESCRIG Michel	Lycée Charles de Gaulle
DUCHEMIN Geoffrey, BRÉ Guillaume, REVENAU Jarod, ANDRÉ Arthur	Lycée Maurice Genevoix
YANG-CROSSON Fabien, REGNIER Jokim, ROUSSEAU Paul	Lycée militaire d'Autun
YANG Hélène, ALPTEKIN Omiat ?	Lycée Chevalier d'Eon
LANZINI Laura, ZILBERBERG Dana, METRA Mélanie, CAIROL Maud	Lycée Stephen Liégeois
URLI Margaux, FAUQUE Baptiste, PERRICHET Gaspard, BOULON Thomas	Lycée St-Joseph
NETO Maryne, SERRURIER Camille	Lycée Parc des Chaumes
PACH Ludovic, DULOR Samy, FOYZUL Shymon, SOSTHENE Valentin	Lycée St-Bénigne
BUY Bénédicte, GAILLARD Rémi, MOINE Océane	Lycée Carnot

6. LE CORRIGÉ

Exercice 1 - PUZZLE

Reconstituer un carré de 7×7 cases sans chevauchement et sans trou avec quelques-unes des pièces ci-contre, sans utiliser plusieurs fois une même pièce.

On peut faire tourner les pièces, mais pas les retourner (la lettre doit rester visible).

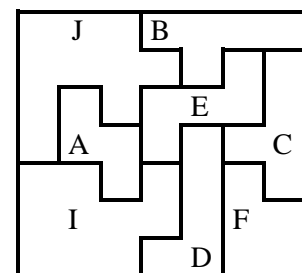


Solution :

Il faut 49 petits carrés. Les surfaces de A, B, ..., J sont

4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 7, 10, 10 soit 62 au total.

Il faut en ôter 13. **La seule possibilité est d'ôter 6 + 7 soit G et H.**

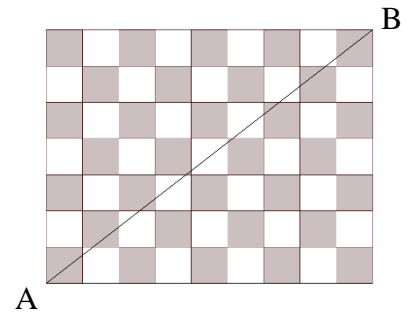


Remarque : lors de la correction, les organisateurs ont valorisé une réponse avec explication par rapport à une réponse juste mais sèche.

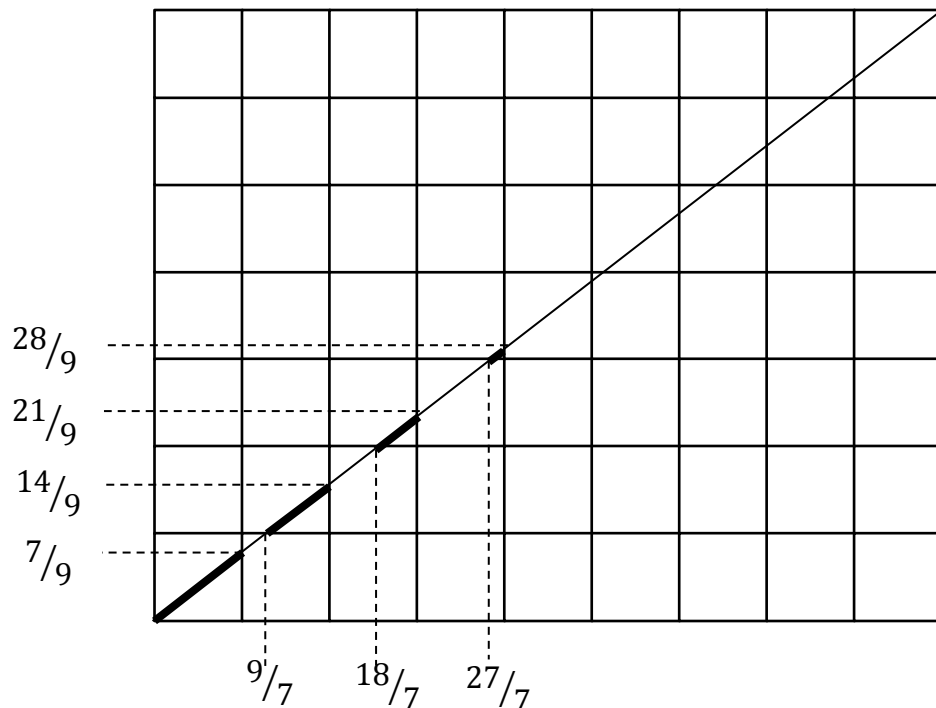
Exercice 4 - BLANC ou NOIR

Les cases d'un échiquier de 7×9 cases sont colorées alternativement en noir et blanc.

En suivant la diagonale de A vers B, parcourt-on plus de distance dans le noir ou dans le blanc ?



Solution :



La figure a un centre de symétrie.

Pour déterminer la partie noire de la diagonale, donc il suffit d'ajouter les longueurs des 4 segments noirs de la figure ci-dessus et de multiplier par 2.

Si on prend l'unité pour côté d'un petit carré, on trouve pour la partie noire :

$$2 \times \left(\sqrt{1 + (7/9)^2} + \sqrt{(5/7)^2 + (5/9)^2} + \sqrt{(3/7)^2 + (3/9)^2} + \sqrt{(1/7)^2 + (1/9)^2} \right) = 5,791 \dots$$

La longueur de la diagonale est égale à $\sqrt{9^2 + 7^2} = 11,401 \dots$

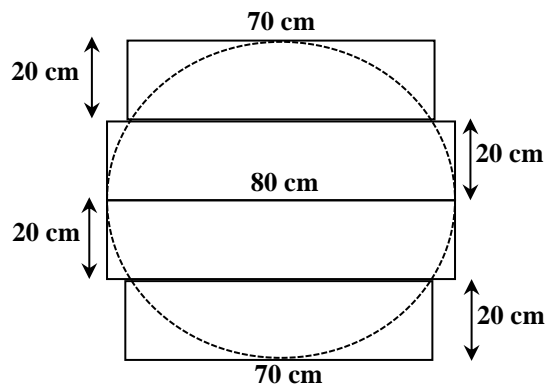
Le pourcentage de noir sur la diagonale est $\frac{5,791}{11,401} \approx 0,508$.

Le noir est majoritaire.

Exercice 5 - ICI AUSSI ON SCIE

Gaston doit recouvrir complètement un trou circulaire de 40 cm de rayon.

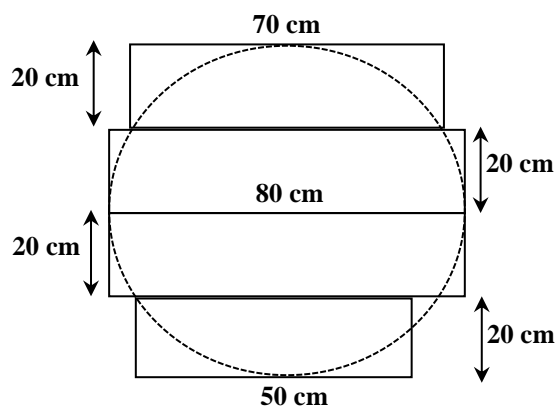
Il dessine le plan ci-contre qui lui permettrait avec une planche rectangulaire de 20 cm × 300 cm et trois coups de scie, de réaliser l'opération.



Hélas ! La planche qu'il a achetée mesure seulement 20 cm × 280 cm.

S'il procède de la même manière, il constate qu'il ne peut plus recouvrir complètement le trou circulaire.

Comment peut-il néanmoins réaliser l'opération, en trois coups de scie ?



Solution :

Une seule équipe a résolu cet exercice en trois *traits* de scie sur la planche : Cairol, Lanzini, Metra et Zilberberg du lycée Stephen Liégeard.

Quelques équipes ont proposé une solution fonctionnelle en trois *coups* de scie, en coupant la planche dans le sens de la longueur pour avoir deux planches de largeur 10 cm, puis en superposant les deux morceaux aux bonnes longueurs (th. De Pythagore), on obtient quatre morceaux. En les superposant une dernière fois, on obtient huit morceaux rectangulaires avec trois coups de scie...

La majorité des équipes ayant abordé cet exercice ont proposé de couper la planche à 160 cm, puis de couper ce morceau en deux rectangles de 80 cm. Le morceau de 120 cm est coupé en deux trapèzes rectangles de bases 50 et 70 cm. Avec ces quatre morceaux, le puits n'est malheureusement pas entièrement recouvert.

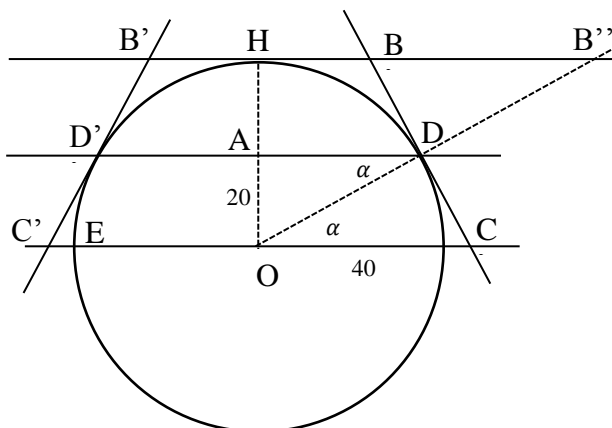


Figure 1

Examinons la figure 1 ci-dessus.

A est le milieu de OH.

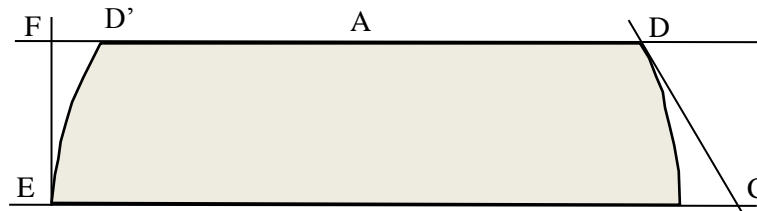
BC est la tangente en D au cercle de rayon 40. B'C' est la tangente en D'.

On a $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Donc $AD = 20\sqrt{3}$

$$OC = OD \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{80}{\sqrt{3}} \quad \text{Donc } BH = B''H - B''B = 2AD - OC = 40\sqrt{3} - \frac{80}{\sqrt{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Ainsi, } BB' = 2BH = \frac{80}{\sqrt{3}} \approx 46,188 < 47 \quad \text{et} \quad DD' = 2DA = 40\sqrt{3} \approx 69,282 < 70$$

Donc la partie du trou située au-dessus de DD' peut être entièrement recouverte par le trapèze $DD'B'B$ de grande base inférieure à 70, de petite base inférieure à 47 et de hauteur 20.



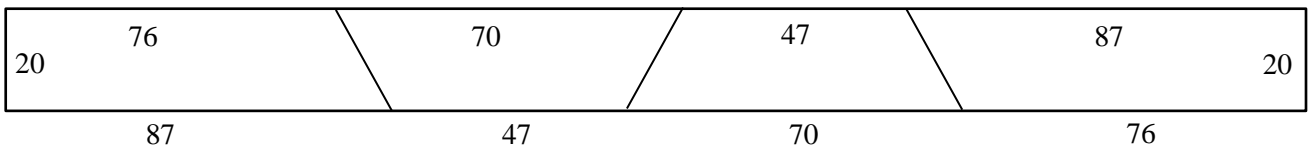
La partie du trou située entre CE et DD' (en grisé ci-dessus) peut être entièrement recouverte par le trapèze rectangle $ECDF$ dont les dimensions sont :

$$\text{Grande base : } CE = CO + OE = \frac{80}{\sqrt{3}} + 40 = 86,188 < 87$$

$$\text{Petite base : } DF = DA + AF = DA + 40 = 20\sqrt{3} + 40 = 74,641 < 75$$

$$\text{Hauteur : } 20$$

Les deux trapèzes décrits ci-dessus recouvrent la moitié supérieure du trou, donc le découpage ci-dessous répond à la question puisque $76 + 70 + 47 + 87 = 280$.

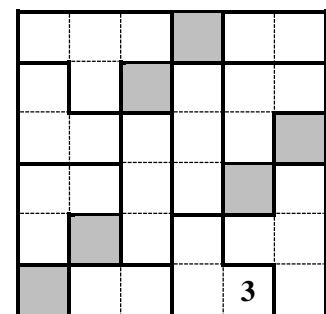


Exercice 6 - SIMILI SUDOKU

Remplir le carré ci-contre à la manière d'un sudoku.

Chaque ligne et chaque colonne doit contenir les nombres 1, 2, 3, 4, 5 dans les cases blanches.

De plus, les 10 régions polygonales doivent avoir la même somme.



Donc on a un 4 case (L5, C4), ce qui implique 2 case (L6, C4) donc 1 à la case (L6, C6).
 Il reste {1, 3, 5} dans R4 et on arrive au tableau 4.

{1, 2, 3}			{4, 5}	
	3			
		1,3,5 ou 2,3,4		
		1,3,5 ou 2,3,4		
	{4, 5}			3

tableau 3

{1, 2, 3}			{4, 5}	
	3		1	
		1,3,5 ou 2,3,4	3	
		1,3,5 ou 2,3,4	5	
			4	
	{4, 5}		2	3
				1

tableau 4

Maintenant, la zone R5, compte tenu du tableau 4, de l'impossibilité d'y placer 3, et de l'impossibilité d'y placer 4 à cause de la zone R2 contient nécessairement

5	2
2	

On en déduit [Voir tableau 5] le chiffre 4 case (L1, C5) et le chiffre 5 en case (L1, C6) donc 1 en case (L5, C5).
 Les deux derniers chiffres de la zone R8 sont nécessairement 3 et 4, d'où le tableau 6.

{1, 2, 3}			{4, 5}	
	3		1	5
		1,3,5 ou 2,3,4	3	2
		1,3,5 ou 2,3,4	5	
			4	
	{4, 5}		2	3
				1

tableau 5

{1, 2, 3}			4	5
	3		1	5
		1,3,5 ou 2,3,4	3	2
		1,3,5 ou 2,3,4	5	
			4	
			4	1
	{4, 5}		2	3
				1

tableau 6

En case (L2, C4) la seule possibilité est 1, donc on a le chiffre 4 case (L2, C1).

4	
1	4

La zone R3 ne peut donc être que

Ce qui implique le chiffre 5 case (L6, C2) et le chiffre 4 case (L6, C3). On a donc {1, 3, 5} dans la zone R6. [Tableau 7].

Cela implique le chiffre 3 case (L1, C1), puis 1 en case (L1, C2) (à cause de la zone R6) et donc 2 en case (L1, C3).

Il reste 2 en case (L4, C2) puis 1 en case (L4, C3) et 3 en (L3, C3) d'où 5 en (L5, C3).

Il reste 2 en (L5, C1) puis 5 en (L4, C1), 3 en (L4, C4), 5 en (L3, C4) pour arriver au tableau 8, solution unique.

{1, 2, 3}			4	5
4	3		1	5 2
1	4	1	3	2
		3	5	
				4
		4	1	3
	5 4	2	3	1

tableau 7

3	1	2		4	5
4	3		1	5	2
1	4		3	5	2
5	2	3	5		4
2		1	3		4
		4	1	3	
	5 4	2	3	1	

tableau 8

Remarques :

- La connaissance de l'indice 3 dans l'énoncé n'est pas indispensable.
- Lors de la correction, les organisateurs ont valorisé une réponse avec explication par rapport à une réponse juste mais sèche.

Exercice 7 - FÊTE AU VILLAGE

Lors d'une fête, il y a 21 filles et des garçons. Chaque fille est amie avec 16 ou 17 garçons. Un garçon sur deux est ami avec 14 filles et un garçon sur deux est ami avec 15 filles.

Combien y a-t-il de garçons ?

Solution :

Il y a $2n$ garçons donc $14n + 15n = 29n$ relations.

Vu du côté des filles, le nombre de relations est compris entre $21 \cdot 16 = 336$ et $21 \cdot 17 = 357$.

On en déduit $n \in \left[\frac{336}{29} ; \frac{357}{29} \right] = [11,586 ; 12,310]$ donc $n = 12$ soit **24 garçons**.

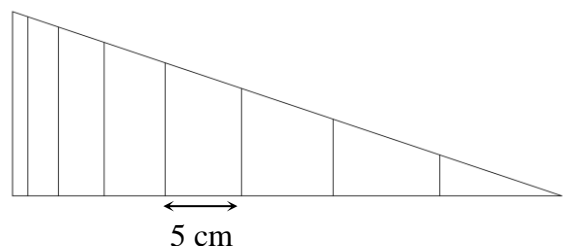
Remarque : Si x filles connaissent 16 garçons alors $21 - x$ filles connaissent 17 garçons donc $16x + 17(21 - x) = 29 \cdot 12$ d'où $x = 9$.

Remarque : l'équipe Debrabant, Lebreton, Pautrat et Tienda du lycée Parc des Chaumes a proposé une résolution algorithmique (avec programmation en deux langages différents) de cet exercice.

Exercice 8 - HISSEZ LES COULEURS

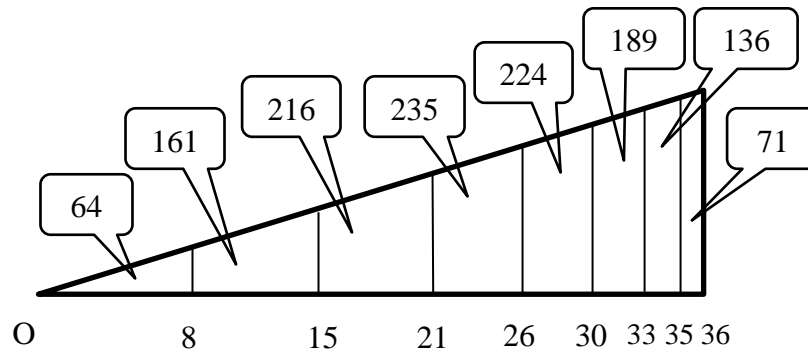
La Rallynésie occidentale vient d'acquiescer son indépendance, et le choix de son drapeau porte sur un motif triangulaire rectangle (voir figure). Les 8 bandes verticales ont des largeurs de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 cm.

Chacune des bandes sera colorée soit en rouge soit en vert. Comment faire en sorte que les aires des domaines rouges et verts soient égales ?



Faire le dessin.

Solution :



Les bases des triangles rectangles successifs mesurent

$$8, 8 + 7 = 15, 15 + 6 = 21, 21 + 5 = 26, 26 + 4 = 30, 30 + 3 = 33, 33 + 2 = 35, 35 + 1 = 36 \text{ cm.}$$

Les hauteurs de ces 8 triangles sont proportionnelles à leurs bases. On peut donc supposer que les hauteurs de ces 8 triangles sont 16, 30, 42, 52, 60, 66, 70, 72 cm.

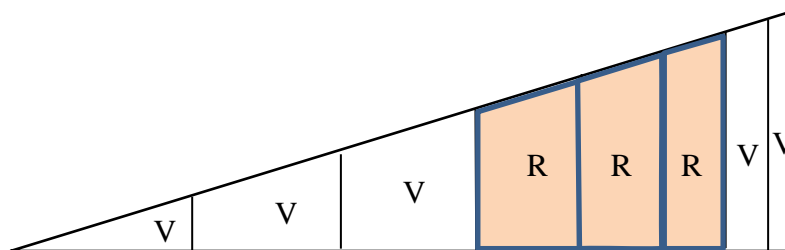
Les aires seront 64, 225, 441, 676, 900, 1089, 1225, 1296 cm².

Par soustraction, les aires des bandes verticales sont 64, 161, 216, 235, 224, 189, 136, 71 cm².

Il faut trouver des bandes dont la somme des aires est $1296/2 = 648$.

Si on prend la bande d'aire 235, il reste $648 - 235 = 413$ qui n'est réalisable que par $224 + 189$.

D'où la solution unique à la permutation vert-rouge près :



Remarques :

- Beaucoup d'équipes ont choisi arbitrairement une hauteur de drapeau, sans justifier que le résultat ne dépend pas de ce choix.
- Citons une résolution algorithmique proposée par l'équipe Conti-Leslie, Gauthé et Tort du lycée Charles de Gaulle.

Exercice 9 - UN MINIMUM POUR MAX

Pour entrer dans son immeuble, Max doit saisir dans l'ordre les trois lettres du code d'entrée.

Les lettres du code sont parmi {A, B, C}.

Le digicode est à mémoire et peut enregistrer jusqu'à 50 caractères.

Par exemple, lorsque Max tape BAACBAC, la porte s'ouvre si le code est BAA, AAC, ACB, CBA ou BAC

Combien de lettres Max doit-il taper au minimum pour être certain de se faire ouvrir ?

Solution :

Il y a $3 \times 3 \times 3 = 27$ codes possibles.

En tapant une liste de k lettres (parmi A, B, C) on peut lire $k - 2$ codes à 3 lettres consécutives.

Donc Max doit taper 29 lettres pour être sûr (dans le pire des cas) que le bon code figurera parmi les 29 lettres tapées.

De nombreuses solutions à 29 lettres existent, par exemple :

CAAABAACABBABCACBCBACCBBBCCCA



Université de Bourgogne - U.F.R. Sciences et Techniques - IREM –
9, avenue Savary - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex
☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39
e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr"
<http://irem.u-bourgogne.fr/>