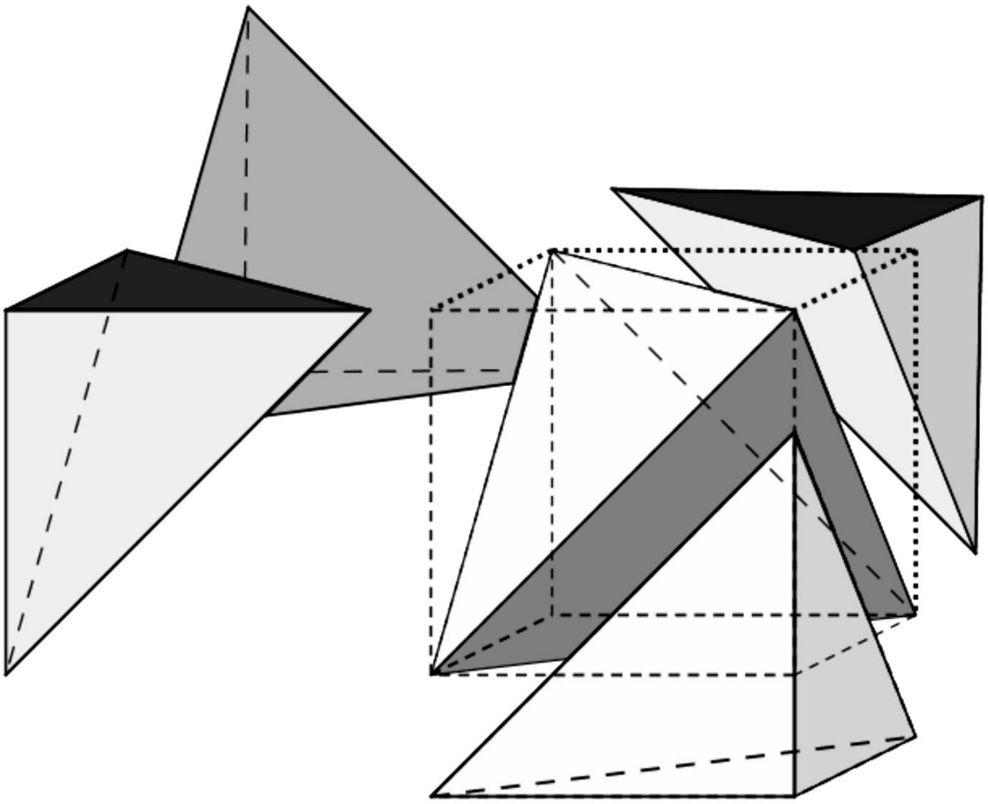
RALLYE MATHÉMATIQUE
DES COLLÈGES DE BOURGOGNE
2019



INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
Faculté Sciences Mirande - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex
☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39
@ : iremsecr@u-bourgogne.fr
http://math.u-bourgogne.fr/IREM/

A l'instar de celui des lycées, le « Rallye mathématique des collèges » est maintenant bien ancré dans le calendrier scolaire. Ces épreuves sont un élément structurant offrant une occasion aux collégiennes et aux collégiens de travailler en équipe dans une approche divertissante et interactive. Cela se vérifie en observant la qualité des réponses de l'ensemble des équipes en compétitions.

Il convient de souligner que le succès de cette manifestation est rendu possible grâce à l'investissement des équipes éducatives des collèges, du soutien des différents partenaires institutionnels mais aussi par l'engagement sans compter d'un groupe dynamique de retraités bénévoles.

La qualité du rallye, sa pérennité et son bon déroulement sont dus aussi à son organisation sans faille à laquelle l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'université de Bourgogne, consacre du temps. Aussi je tiens à remercier vivement celles et ceux qui ont contribué à cette édition. Cela démontre une nouvelle fois que la coopération entre les établissements du secondaire, les services académiques, les collectivités et l'uB est un facteur de réussite.

Je félicite les élèves qui ont participé à cette édition du « Rallye mathématique des collèges ». Cette matière nous entoure chaque jour sans vraiment y prêter attention. La pratiquer et apprendre à l'apprécier favorise la réussite. C'est une discipline importante par elle-même mais aussi comme support ou complément à d'autres. Les mathématiques sont au cœur d'une part importante de la recherche et de l'innovation.

La culture scientifique est un domaine de la connaissance qui compte parmi les sujets auxquels l'université de Bourgogne porte une attention particulière. Ainsi, ce concours contribue à donner aux jeunes une nouvelle image à cette discipline. Cette initiative donnera à certains d'entre eux, je l'espère, l'envie de poursuivre leurs études supérieures dans cette voie.

Bravo à toutes et à tous.

Alain BONNIN
Président de l'université de Bourgogne

Cédric Villani, médaille Fields, député de l'Essonne, et Charles Torossian, inspecteur général de l'Éducation nationale, ont publié le 12 février 2018 un rapport intitulé « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques ». Ce manifeste désormais médiatisé, parmi les nombreuses pistes qu'il décline, recommande de rapprocher recherche et enseignement et incite chaque enseignant à rejoindre un groupe au sein d'un IREM. Il réaffirme la nécessité de réconcilier le plaisir et l'effort chez les élèves en faisant des mathématiques ludiques. Cette ambition donne toute leur légitimité aux compétitions de masse et aux clubs périscolaires.

Les rallyes mathématiques s'inscrivent parfaitement dans ce développement souhaitable des activités ludiques. Ces activités stimulent beaucoup d'élèves avides de chercher et parfois de trouver et réconcilient beaucoup d'autres avec une discipline parfois perçue – à tort – comme empreinte de sécheresse. Il faut remercier l'IREM d'organiser cette compétition annuelle depuis près d'un lustre. Les clubs périscolaires scientifiques répertoriés dans l'académie de Dijon sont désormais visibles dans une carte interactive figurant sur le site mathématique de l'académie. Ces clubs sont intéressants pour sortir les mathématiques du cadre scolaire, mais pourraient trouver une dimension accrue en étant plus pleinement rattachés aux apprentissages. Il faut formuler des vœux pour qu'ils soient prochainement ancrés aux projets des établissements.

La 22e édition du rallye mathématique des collèges a rencontré un bel engouement auprès des jeunes. Tous les organisateurs méritent d'être chaleureusement remerciés, des concepteurs imaginatifs aux professeurs persuasifs, en passant par les équipes de direction et de vie scolaire. Tous ont permis la bonne marche du concours et assuré la stimulation des élèves. Tous ont contribué à ce que la fête soit belle. Il faut enfin féliciter tous les collégiens qui ont joué à faire des mathématiques. Quelques-uns ont gagné une récompense, d'autres le droit de participer à la super finale, mais tous ont gagné d'avoir pris plaisir à participer.

Robert FÉRACHOGLOU
Inspecteur d'académie
Inspecteur pédagogique régional de mathématiques

21-22, le temps des légendes

Voici venu le temps du palmarès de la 22^{e} édition du Rallye des collèges de Bourgogne. Celui-ci confirme une tendance déjà amorcée lors de la 21^{e} édition : le succès grandissant d'équipes composées de jeunes filles.

D'ailleurs, ce 21/22 ne vous rappelle-t-il rien ? C'est une histoire bien connue dans le milieu du rock.

Les premières guitares électriques avaient des manches de 21 ou 22 cases : la Fender Telecaster, sortie en 1950, en avait 21 et la Gibson Les Paul de 1952, 22. Ce qui signifie que jusqu'aux années 70, les grands guitaristes de rock n'avaient pas l'usage des notes suraiguës du haut du manche. On écoute pourtant encore avec dévotion les solos de Jimi Hendrix, David Gilmour ou Ritchie Blackmore.

Vint Eddy Van Halen, l'auteur du fameux solo de *Beat it*, avec ses manies d'aller chercher des notes toujours plus haut. Les fabricants de guitares comme Vigier ou Ibanez saisirent vite l'intérêt des manches de 24 cases, leur meilleure publicité venant des nouveaux virtuoses : Steve Vai, Joe Satriani, Yngwie Malmsteen, etc.

Vous allez vous demander : quel est le rapport avec notre Rallye mathématique ?

Eh bien, d'une part, les chercheurs en musicologie ont expliqué que l'ajout de deux cases aux manches ne permet plus de placer les micros des guitares à l'endroit exact des harmoniques principales ce qui rend leur son moins riche. Comme lors de la résolution des énigmes du rallye, ce ne sont pas forcément les plus rapides qui apportent le plus, et même les plus discrets sont capables de prouesses marquantes.

D'autre part, les nouveaux *guitar heroes* ne sont plus exclusivement des hommes : une génération de femmes virtuoses est née, avec des guitaristes comme Orianthi ou Juliette Valduriez. Enfin la parité dans ce milieu ! Nous avons aussi dans le Rallye nos virtuoses féminines, qui n'ont rien à envier aux garçons qu'on disait doués pour les mathématiques. D'ailleurs, les équipes mixes ne seraient-elles pas les plus dynamiques ?

De la virtuosité, du travail, il en faut également dans nos équipes de *roadies* infatigables, depuis la conception des sujets à l'IREM jusqu'à l'encadrement des équipes dans chaque collège. Aboutissement du travail de tant de personnes, le Rallye des collèges entretient l'intérêt des élèves pour les mathématiques et la recherche.

Que tous les organisateurs, du début à la fin de la chaîne, soient remerciés pour leur travail et que tous les participants le soient pour leur enthousiasme !

Frédéric MÉTIN,
Directeur de l'IREM

VİNGT DEUX les v'là !

Les voilà qui ? Les voilà quoi ? Mais les ennuis bien sûr !

Pour cette 22^{e} session passée le 1er février, le groupe habituel de retraités n'a été accompagné que d'une seule de nos trois jeunes collègues qui s'est vu remettre le titre de responsable du groupe « Rallye Mathématique des collèges », lourde tâche qu'elle supporte avec beaucoup de dynamisme.
La deuxième n'ayant pu obtenir son jeudi après-midi a dû renoncer à nos rencontres.
Le troisième, nouvellement coopté, en poste en Saône-et-Loire, était trop loin pour se déplacer régulièrement à Dijon. Cependant, ces deux derniers ont participé par mail à l'élaboration des sujets.

Le site du rallye a perdu une partie de ses fonctions, ce qui a rendu compliqués les inscriptions, le classement et l'édition des diplômes.

Excepté en Côte-d'Or, la participation est encore en légère baisse, mais globalement les effectifs restent très encourageants. Il nous faudrait obtenir quelques moyens pour avoir des responsables départementaux afin de dynamiser la participation dans les trois autres départements. Qu'on se le dise…

	Nombre d'élèves			Nombre d'équipes			Nombre de collèges		
Année	***2017***	***2018***	***2019***	***2017***	***2018***	***2019***	***2017***	***2018***	***2019***
Côte-d'Or	3271	2638	2967	895	712	832	30	26	28
Nièvre	729	676	540	195	178	139	8	7	7
Saône & Loire	2872	2179	1939	779	601	531	23	20	17
Yonne	877	675	630	232	183	109	9	8	7
Bourgogne	7747	6169	6076	2101	1674	1611	70	61	59

Quelques collègues nous ont fait remarquer une plus grande difficulté cette année. Cependant, nous souhaitons conserver un certain niveau à cette épreuve dont la visée se veut ludique, certes, mais surtout mathématique.
Bien sûr, nous nous étonnons de voir quelques copies pour lesquelles quatre élèves en deux heures n'ont pas réussi à traiter correctement un seul exercice ! Mais, inversement, nous nous consolons de voir, à tous les niveaux, des équipes qui produisent des réponses d'une grande qualité et présentées de façon agréable. Leurs copies montrent souvent que l'équipe a su s'organiser et se partager les recherches pour être plus efficace, ce que nous ne saurions que trop recommander à toutes : c'est cette stratégie que « notre » rallye veut promouvoir.

Les performances réalisées par les 3 premières de chaque niveau sont :
96 à 72/115 en **6^{e}**, 85 à 81/123 en **5^{e}**, 89 à 83/140 en **4^{e}**, 95 à 75/149 en **3^{e}**.

İl convient bien sûr de remercier très sincèrement les fidèles acteurs, sans l'appui desquels le Rallye ne pourrait exister :

- l'İREM et l'université de Bourgogne ;
- les Inspections académiques ;
- les Principaux de collèges et les professeurs organisateurs, surveillants ou correcteurs, tous bénévoles ;

- les Conseils Départementaux de Côte-d'Or, de la Nièvre et de l'Yonne ;
- les mécènes : le Crédit Mutuel Enseignant, la Banque de France, les Éditions Faton (revue Cosinus), Casio, Numworks, Aleph, Touro Parc, Parc de l'Auxois, Trampoline expérience, Laser Game, Laser Bowl, Clim'up, Bowling de Marsannay, In'Forest Messigny et Vantoux, Accro Mania Chevigny Saint Sauveur.
- et bien sûr la secrétaire sans qui vous ne pourriez lire ce texte !

En Saône-et-Loire, dans l'Yonne et la Nièvre, les cadeaux sont distribués à chaque établissement au prorata de leur participation. En Côte-d'Or, le Conseil Départemental prend à sa charge une cérémonie de remise des récompenses le **mercredi 22 mai** à **15 h**, dans ses locaux. Nous remercions vivement les élus de l'intérêt qu'ils portent à la formation mathématique.

Pour la huitième année, une « **Super Finale** » permettra aux six meilleures équipes de chaque niveau dans l'académie de se confronter amicalement, en résolvant des énigmes plus corsées qui font appel à des capacités diverses.
Cette rencontre se déroulera à l'université de Bourgogne, toute la journée du **jeudi 6 juin**. En parallèle, nous proposons des activités de culture scientifique : ateliers de magie, de mathématiques et de physique, visite de laboratoires de la faculté des sciences et mini-conférences, suivies de la remise des récompenses et d'un moment convivial.

L'équipe organisatrice :

François MARCHİVİE
Jacky MARÉCHAL
Jean-François MUGNİER
Stéphanie PRUNİER

Avec l'aide de :

Stéphane DESCHAMPS
Myriam DUBOİS
Alain MASCRET
Claire PRADEL

• ***Participation des collèges de l'Yonne***

Nom du Collège	Nombre d'équipes par niveau				Nbre candidats	Nbre d'équipes
	6e	5e	4e	3e		
AUXERRE Albert Camus	0	0	9	2	41	11
AVALLON Parc des Chaumes	0	9	11	2	84	22
MIGENNES Paul Fourrey	0	6	0	0	24	6
AVALLON Maurice Clavel	17	1	20	0	137	38
ST GEORGES SUR BAULCHE Jean Bertin	15	0	12	0	100	27
SENS Stéphane Mallarmé	9	4	9	1	85	23
VERMENTON André Leroi-Gourhan	19	15	6	2	159	42
TOTAL	**60**	**35**	**67**	**7**	**630**	**109**

• ***Participation des collèges de Côte-d'Or***

Nom du Collège	Nombre d'équipes par niveau				Nbre de candidats	Nbre d'équipes
	6e	5e	4e	3e		
ARNAY-LE-DUC Claude Guyot	0	4	4	1	40	9
AUXONNE La Croix des Sarrasins	1	0	2	2	24	5
BEAUNE Jules Ferry	13	11	7	6	125	37
BEAUNE Gaspard Monge	0	15	6	0	84	21
BLIGNY-S/OUCHE Jean Lacaille	3	3	3	1	40	10
CHATILLON-SUR-SEINE Fontaine des Ducs	6	12	0	0	68	18
CHENOVE Edouard Herriot	6	13	2	8	97	29
DIJON Gaston Bachelard	8	4	2	1	49	15
DIJON Champollion	16	13	7	8	153	44
DIJON Clos-de-Pouilly	56	22	13	8	351	99
DIJON Marcelle Pardé	13	16	7	3	144	39
DIJON Montchapet	9	5	8	8	106	30
DIJON Saint Bénigne	13	6	0	0	60	19
DIJON Saint François	18	8	5	3	132	34
DIJON Saint Joseph	0	0	14	6	69	20
DIJON Saint Michel	20	19	15	16	202	70
ECHENON Les Hautes Pailles	11	7	6	5	110	29
FONTAINE-FRANCAISE Henry Berger	10	14	14	12	173	50
IS-SUR-TILLE Paul Fort	0	0	0	7	27	7
LIERNAIS François de la Grange	4	6	5	4	70	19
MARSANNAY Marcel Aymé	0	8	8	0	59	16
MONTBARD Louis Pasteur	3	0	0	0	11	3
NOLAY Lazare Carnot	12	5	3	11	141	31
SAULIEU François Pompon	5	2	6	0	49	13
SELONGEY Champ Lumière	13	10	7	2	114	32
SEMUR EN AUXOIS Perceret	0	0	3	2	18	5
SEURRE Dinet	23	22	22	25	326	92
SOMBERNON Jacques Mercusot	17	6	11	2	125	36
TOTAL	**280**	**231**	**180**	**141**	**2967**	**832**

- ***Participation des collèges de la Nièvre***

Nom du Collège	Nombre d'équipes par niveau				Nbre de candidats	Nbre d'équipes
	6^e	5^e	4^e	3^e		
DECIZE Maurice Genevoix	19	23	0	0	162	42
FOURCHAMBAULT Paul Langevin	0	17	9	4	128	30
LUZY Antony Duvivier	7	0	2	0	34	9
MOULINS-ENGILBERT les deux Rivières	6	0	3	0	35	9
POUILLY-SUR-LOIRE Les Guilleraults	10	0	0	0	37	10
SAINT-BENIN-D'AZY Les Amognes	9	7	9	0	96	25
VARZY Le Mont Châtelet	5	4	3	2	48	14
TOTAL	**56**	**51**	**26**	**6**	**540**	**139**

- ***Participation des collèges de Saône et Loire***

Nom du Collège	Nombre d'équipes par niveau				Nbre candidats	Nbre équipes
	6^e	5^e	4^e	3^e		
AUTUN militaire	11	5	12	8	122	36
BUXY La Varandaine	14	13	10	10	153	47
CHATENOY-LE-ROYAL Louis Aragon	6	3	1	0	35	10
CUISEAUX Roger Boyer	20	0	21	0	149	41
GIVRY Le petit Pretan	0	0	18	7	97	25
GUEUGNON Jorge Semprun	11	11	0	0	73	22
LA CLAYETTE Les Bruyères	16	19	17	1	202	53
LE CREUSOT La croix Menée	10	12	4	2	101	28
LOUHANS Vincenot	12	8	14	9	160	43
LUGNY Victor Hugo	0	5	3	0	32	8
MONTCEAU-LES-MINES Saint Gilbert	24	11	8	12	186	55
MONTCENIS Les Epontots	14	0	0	0	47	14
PARAY-LE-MONIAL René Cassin	7	7	9	3	128	26
SAINT-RÉMY Louis Pasteur	33	0	0	0	126	33
SANVIGNES-LES-MINES Roger Vailland	5	9	10	0	82	24
SAINT–GENGOUX-LE-NATIONAL En Fleurette	6	8	10	2	94	26
TOURNUS En Bagatelle	25	8	5	2	152	40
TOTAL	**214**	**119**	**142**	**56**	**1939**	**531**

LES ÉNONCÉS : - Sujet 6^e et 5^e - 2019

Vous n'êtes pas obligés de traiter tout le sujet, mais faites-le bien et expliquez clairement.
Et surtout, organisez-vous bien, pour vous répartir les tâches et les recherches !

Énigme 1 — Un carré du tonnerre [UNIQUEMENT pour les 6^e]

Dans un carré semi-magique, la somme des nombres est toujours la même sur chaque ligne et dans chaque colonne, mais pas dans chacune des deux grandes diagonales.
Dans le carré de la feuille-réponse, chacun des nombres de 1 à 64 doit y figurer une seule fois.
Certains nombres sont remplacés par des lettres correspondant aux définitions données à droite du tableau.

➢ **Complétez le tableau proposé pour en faire un carré semi-magique.**

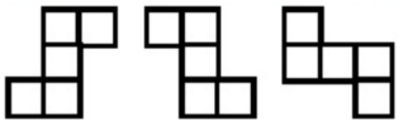
Énigme 2 — Carré diviseur

Vous devez trouver 6 facteurs qui sont des nombres à un seul chiffre pour que les produits des lignes (A, B, C) et des colonnes (D, E, F, G) soient exacts.
Vous pourrez ensuite trouver les 3 produits manquants dans la dernière ligne.

➢ **Remplissez la grille de la feuille-réponse.**

Énigme 3 — Des pentaminos au cube

Les pentaminos sont des figures planes constituées de 5 carrés. Chaque carré est accolé à un autre par un côté.
Il existe exactement 12 pentaminos non superposables, en les tournant ou les retournant (les 3 dessins ci-contre correspondent au même pentamino)



➢ **Dessinez les 12 pentaminos différents.**
➢ **Coloriez en bleu chaque pentamino qui peut donner par pliage une boite cubique sans couvercle.**

Énigme 4 — Cube tricolore

➢ **Coloriez le patron du cube de la feuille-réponse en respectant les consignes.**

Recherche 5 — Additionner ou multiplier serait-ce du pareil au même ?

Luc observe le schéma de la feuille-réponse.
Il calcule : $10+3=13$, puis $13\times2=26$, et ensuite : $10\times3=30$, puis $30+2=32$.
Il affirme qu'on ne peut jamais trouver le même nombre **A** à l'arrivée en partant du même nombre **D** au départ car multiplier ou additionner ce n'est pas pareil !
Justine lui dit qu'il doit bien exister un nombre de départ **D** qui donne le même résultat **A** à l'arrivée par l'un ou l'autre des deux chemins.

➢ **Qui a raison ? Prouvez-le.**

Recherche 6 — Super tablette (de chocolat)

Madeleine qui travaille à la Chocolaterie de Bourgogne se demande si on peut fabriquer une tablette de chocolat qui peut être partagée équitablement, à volonté, entre 1 personne (oh ! la gourmande), 2 personnes, 3 personnes, 4 personnes, 5 personnes, 6 personnes, 7 personnes, 8 personnes ou 9 personnes.

➢ **Pouvez-vous trouver le plus petit nombre de carrés de chocolat nécessaire ?**

Au vu du nombre important de carrés, cette super-tablette pourrait être l'attraction de la Foire Gastronomique ! Madeleine cherche donc des dimensions possibles pour que cette super-tablette ait une forme raisonnable ; c'est-à-dire une largeur presque moitié de sa longueur.

➢ **Quelles dimensions lui-proposez-vous avec des carrés de 1 cm² ?**
➢ **Avec cette (ou ces) tablette(s), pourra-t-on encore la (ou les) partager entre 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 ou 20 personnes ? Expliquez votre réponse.**

Recherche 7 — Le marathon de Dijon

La ville de Dijon souhaite organiser un marathon des maths. Cette course est un parcours 42,195 km. La ville souhaite que le circuit passe par les places Darcy, République, 30 Octobre, Wilson, Suquet.

- Darcy-République mesure 1 056 m ;
- République-30 Octobre mesure 792 m ;
- 30 Octobre-Wilson mesure 1 097 m ;
- Wilson-Suquet mesure 688 m ;
- Suquet-Darcy mesure 967 m.

➢ **Combien doit-on faire de tours complets ?**

➢ **Quelles places doit-on choisir pour les lignes de départ et d'arrivée ?**

Le circuit

On doit partir d'une place et arriver sur une autre place, à quelques mètres près (sachant que l'on peut ajuster ces lignes sur chaque place).

Recherche 8 — Se laisser compter la Franche-Comté en passant par la Bourgogne, avec ou sans sabots…

<u>Rappel :</u> *comme pour tous les autres exercices, vous avez le droit de consulter un dictionnaire ou un livre pour vous aider dans cette recherche.*

Le but de cette recherche est de **placer sur une feuille les <u>8 préfectures</u>** des départements de la région Bourgogne – Franche-Comté (21, 25, 39, 58, 70, 71, 89, 90).
Prendre une feuille blanche A4 en <u>position paysage</u>. Placer un point **D** pour **Dijon** au centre de la feuille. Orienter le <u>nord vers le haut</u>. On prendra comme échelle : 8 cm pour 100 km.
On donne d'abord les préfectures **A**, **B** et **M** par leur distance à Dijon et par leur orientation <u>par rapport au nord</u>, en tournant dans le sens <u>inverse</u> des aiguilles d'une montre (sens dit « direct » ou « antihoraire »).
Préf. **A** : DA = 122 km ; 66° ; Préf. **B** : DB = 140 km ; 285° ; Préf. **M** : DM = 114 km ; 172°.

➢ **Voyez-vous de quelles préfectures il s'agit ?**

Ensuite, vous allez encore devoir faire appel à vos connaissances géographiques… car les quatre dernières préfectures vous sont données uniquement par des distances. À vous de les placer correctement dans notre région !
Préfecture **N** : AN = 95 km ; MN = 148 km ; N est à l'extérieur de ABM, à l'ouest.
Préfecture **V** : MV = 178 km ; BV = 54 km ; V est presque aligné avec A et B.
Préfecture **S** : MS = 138 km ; BS = 79 km ; Préfecture **L** : ML = 69 km ; AL = 197 km ;
S est à l'intérieur du triangle ABM, mais L est à l'extérieur.
S est presqu'à la même latitude que Dijon. V, S et L sont presqu'alignés.

Laissez les traits de construction visibles sur votre plan.

➢ Maintenant que vous avez repéré les 8 départements et leurs 8 préfectures, **dites quelles sont les 7 préfectures qui se cachent derrière A, B, M, N, V, S et L.**

En reprenant cette recherche à la maison, vous pourrez vous amuser à dessiner les contours approximatifs des 8 départements, afin de mieux connaître notre nouvelle grande région…

***NOMS dans l'ordre alphabétique SVP.**

NOM* **en MAJUSCULES**	.. ..	.. ..	.. ..	.. ..
Prénom	… … … … …	… … … … …	… … … … …	… … … … …
Classe	… …	… …	… …	… …
Établissement : … … … … … … … … Ville : … … … … … … … Département n° ……				

Énigme 1 Un carré du tonnerre [UNIQUEMENT pour les 6^{e}]

	61	4	**A**	**B**	29	36	
		62	51	46		30	19
53	**C**		12	21	**D**	37	44
11		59	**E**		38	27	22
55	58	**F**	10	23	26	**G**	42
9	8	57			40	25	24
50	**H**	2	15	18	31		
16	**İ**	**J**	49	48		32	17

A = Somme de 1 et du double de 6.

B = Nombre qui complète l'égalité : $\frac{1}{5}$ = …… %.

C = Décuple du score maximal sur un dé cubique traditionnel.

D = Nombre de jours en février 2019.

E = Neuf-dixièmes de 60.

F = Reste de la division euclidienne de 618 par 13.

G = Triple de A.

H = Multiple de 9 à deux chiffres dont le chiffre des dizaines est le double de celui des unités.

İ = Quotient d'un nombre non nul divisé par lui-même.

J = Nombre LXIV.

Ce carré semi-magique a été présenté par Benjamin Franklin en 1769 dans une revue anglaise de mathématiques.
Benjamin Franklin est connu comme l'inventeur du paratonnerre (en 1752). İl fut aussi l'un des participants de la rédaction de la constitution des États-Unis en 1776.

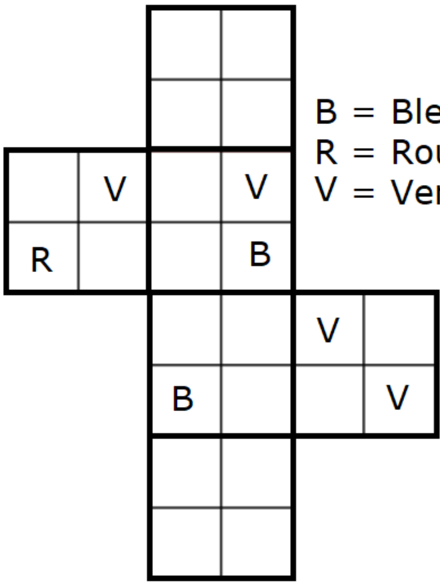
Énigme 2 Carré diviseur

	D ↓		E ↓		F ↓		G ↓	⇊
A→	…	×	2	×	8	×	…	= 288
	×		×		×		×	×
B→	5	×	…	×	…	×	9	= 1 260
	×		×		×		×	×
C→	…	×	8	×	…	×	7	= 1 344
⇉	= 60	×	= …	×	= 192	×	= …	= . . . .

Énigme 4 — Cube tricolore

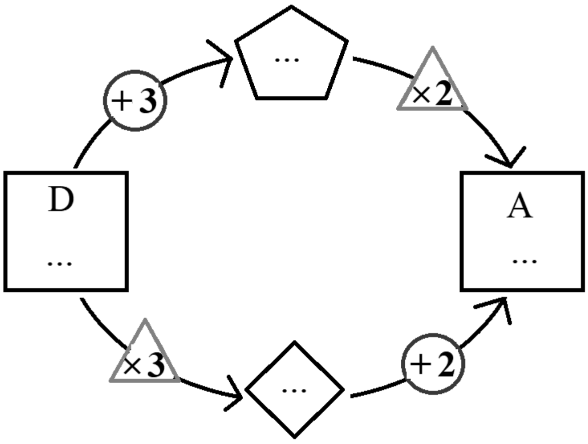
Valentine Ripolin souhaite colorier le patron du cube ci-contre. Chaque face est partagée en quatre petits carrés. Mais Valentine n'a que trois couleurs : bleu, rouge et vert. Elle veut qu'une fois le cube fermé, aucun petit carré de la même couleur ne se touche par un côté.

➢ **Coloriez le patron du cube.**



B = Bleu
R = Rouge
V = Vert

Recherche 5 — Additionner ou multiplier, serait-ce du pareil au même ?



La personne qui a raison est : ... ...

☞ UNIQUEMENT pour les 5^e ☜

Recherche 8 — Se laisser compter la Franche-Comté en passant par la Bourgogne, avec ou sans sabots…

Complétez le tableau ci-dessous.

	DA	DB	DM	AN	MN	MV	BV	MS	BS	ML	AL
Distance réelle en km	122	140	114	95	148	178	54	138	79	69	197
Distance carte en cm arrondie au mm près	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Ensuite, réalisez le plan sur une feuille blanche A4.

Vous n'êtes pas obligés de traiter tout le sujet, mais faites-le bien et expliquez clairement.
Et surtout, organisez-vous bien, pour vous répartir les tâches et les recherches !

Énigme 1 **Opération codée [UNIQUEMENT pour les 4^e]**

Dans l'égalité suivante : $\boxed{\text{LİTRE} = \text{DM}^3}$,

chaque lettre représente un chiffre de **0** à **9**. Deux lettres différentes représentent deux chiffres différents.

➢ **Retrouvez l'égalité écrite avec les bons chiffres.**

➢ **Quels sont les nombres de trois chiffres différents que l'on peut écrire correctement avec les chiffres non utilisés.**

Recherche 2 **Additionner ou multiplier serait-ce du pareil au même ?**

Marc observe le schéma de la feuille-réponse. Il choisit D = 5.
Il calcule : 5+2=7 , puis 7×5=35 , puis 35+3=38 ,
et ensuite : 5×2 = 10 , puis 10+5=15 , puis 15×3=45 .
Il affirme qu'on ne peut jamais trouver le même nombre **A** à l'arrivée en partant du même nombre **D** au départ, car multiplier ou additionner ce n'est pas pareil !
Irène lui dit qu'il doit bien exister un nombre de départ **D** qui donne le même résultat **A** à l'arrivée par l'un ou l'autre des deux chemins.

➢ **Qui a raison ? Prouvez-le.**

Recherche 3 **Se laisser compter la Franche-Comté en passant par la Bourgogne, avec ou sans sabots…**

Rappel : *comme pour tous les autres exercices, vous avez le droit de consulter un dictionnaire ou un livre pour vous aider dans cette recherche.*

Le but de cette recherche est de **placer sur une feuille les 8 préfectures** des départements de la région Bourgogne – Franche-Comté (21, 25, 39, 58, 70, 71, 89, 90).
Prendre une feuille blanche A4 en position paysage. Placer un point **D** pour **Dijon** au centre de la feuille. Orienter le nord vers le haut. On prendra comme échelle : 8 cm pour 100 km.
On donne d'abord les préfectures **A**, **B** et **M** par leur distance à Dijon et par leur orientation par rapport au nord, en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (sens dit « direct » ou « antihoraire »).
Préf. **A** : DA = 122 km ; 66° ; Préf. **B** : DB = 140 km ; 285° ; Préf. **M** : DM = 114 km ; 172°.

➢ **Voyez-vous de quelles préfectures il s'agit ?**

Ensuite, vous allez encore devoir faire appel à vos connaissances géographiques… car les quatre dernières préfectures vous sont données uniquement par des distances. À vous de les placer correctement dans notre région !
Préfecture **N** : AN = 95 km ; MN = 148 km ; N est à l'extérieur de ABM, à l'ouest.
Préfecture **V** : MV = 178 km ; BV = 54 km ; V est presque aligné avec A et B.
Préfecture **S** : MS = 138 km ; BS = 79 km ; Préfecture **L** : ML = 69 km ; AL = 197 km ;
S est à l'intérieur du triangle ABM, mais L est à l'extérieur.
S est presqu'à la même latitude que Dijon. V, S et L sont presqu'alignés.

Laissez les traits de construction visibles sur votre plan.

➢ Maintenant que vous avez repéré les 8 départements et leurs 8 préfectures, **dites quelles sont les 7 préfectures qui se cachent derrière A, B, M, N, V, S et L.**

En reprenant cette recherche à la maison, vous pourrez vous amuser à dessiner les contours approximatifs des 8 départements, afin de mieux connaître notre nouvelle grande région…

Recherche 4 J'enrage de trouver ce nom !

En 2011, Benjamin qui revenait de la Percée du vin jaune dans une ville du Jura s'est aperçu de curieux phénomènes dans le nom de 6 lettres de cette ville d'environ 3 500 habitants.

D'abord, son nom comporte autant de voyelles que de consonnes.
İl s'amuse à numéroter les 6 voyelles : A=1, E=2, İ=3, O=4, U=5, Y=6.
De même, il numérote les 20 consonnes (sans les voyelles) dans l'ordre alphabétique : B=1, C=2, D=3, F=4, G=5, H=6, J=7, etc., jusqu'à Z=20.
- İl s'aperçoit que le produit des **3** voyelles différentes est 12 et leur somme est 8 ; et deux numéros sont consécutifs.
- Pour les **3** consonnes, il y a aussi exactement deux nombres consécutifs, mais leur produit est 210 et leur somme est supérieure à 20.
- Cependant, une des voyelles et une des consonnes correspondent au même numéro.

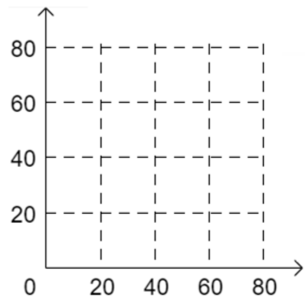
➢ **Avec ces renseignements, pouvez-vous découvrir les 6 lettres ?**
➢ **Pouvez-vous ensuite les arranger pour former le nom de cette ville dans laquelle a travaillé un très célèbre savant français, né en 1822 et décédé en 1895 ?**

Aide : la première lettre et la troisième portent le même numéro.
En grands savants que vous êtes, n'oubliez pas d'**expliquer** vos recherches numériques.

Au fait, avez-vous bien lu le titre de cette recherche ?

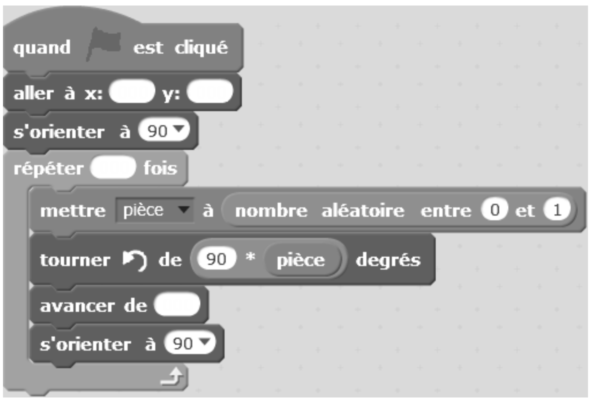
Énigme 5 Scratch, boum, hue…

Le jeu « Trésor » se joue dans le repère donné à droite. On part de (0 ; 0) avec le score de **0** point. On lance une pièce.
Si le résultat est « pile », le déplacement est de 20 pas vers la droite.
Si le résultat est « face », on se déplace de 20 pas vers le haut.
Chaque déplacement dans le repère rapporte **1 point**.
Les points dont l'abscisse est égale à l'ordonnée cachent des trésors qui doublent le score total obtenu en ce point.



❶ En première manche, on doit lancer **4** fois la pièce.

➢ **Quelles sont les coordonnées des points d'arrivée possibles ?**
➢ **Lequel cache un trésor ?**



On a programmé le jeu sur Scratch, en codant « pile » par 0 et « face » par 1.
➢ **Compléter l'algorithme sur la feuille-réponse.**
NB : Détail de la commande « s'orienter »

❷ En seconde manche, les règles sont les mêmes, mais on effectue **8** lancers.
S'il sort du repère, le candidat arrête de jouer et conserve son score.

➢ Parmi les 16 chemins qui rapportent le plus de points, **en décrire 4** (avec pile et face) **et calculer le score obtenu** dans ces 16 cas**.**

Recherche 6 L’As des as

Dans le nouveau jeu présenté par Joe Kaire, on joue avec un jeu de 32 cartes. Le but est de tirer au moins un **As** en tirant trois cartes en même temps au hasard et sans remise.

On rappelle qu’un jeu de 32 cartes est constitué de quatre couleurs (pique, cœur, carreau, trèfle) avec chacune huit valeurs : l'As, le Roi, la Dame, le Valet, le 10, le 9, le 8 et le 7.

➢ **Combien y a-t-il de tirages possibles de trois cartes ?**
➢ Combien y a-t-il de tirages possibles de trois cartes **n’ayant aucun As ?**
➢ **Quel pourcentage de chance a-t-on de gagner au jeu ?**
On donnera le résultat arrondi à 1 % près.

Recherche 7 Super tablette (de chocolat), au carré

Madeleine qui travaille à la Chocolaterie de Bourgogne, se demande si on peut fabriquer une tablette de chocolat qui peut être partagée équitablement, à volonté, entre 1 personne (oh ! la gourmande), 2 personnes, 3 personnes, 4 personnes, 5 personnes, 6 personnes, 7 personnes, 8 personnes ou 9 personnes.

➢ Pouvez-vous trouver **le plus petit nombre de « carrés » de chocolat nécessaire ?**

Au vu du nombre important de « carrés », cette super-tablette pourrait être l’attraction de la Foire Gastronomique ! Mais, Madeleine voudrait que cette super-tablette ait une forme carrée. Elle doit donc encore augmenter le nombre de « carrés » ! Mais toujours en respectant les conditions de partage du début…

➢ Si les « carrés » de chocolat sont en fait des petits cubes de 1 cm d’arête, **quelle plus petite longueur de côté lui-proposez-vous pour sa super-maxi-tablette ?**

➢ Sachant que la masse volumique du chocolat est de 0,75 kg/L , **pourra-t-elle la porter seule ? Expliquez votre réponse.**

Recherche 8 Pâtes de fruits… fruits de découpages

Mac HARON, célèbre pâtissier écossais, veut gagner plus en utilisant moins de pâte de fruit. Auparavant, il vendait des bonbons cubiques de 3 cm d’arête, mais sa mère, née Mac ADAM, lui montre qu’en coupant 4 « coins » comme l’indique la figure, on obtient un magnifique tétraèdre régulier (constitué de quatre faces qui sont des triangles équilatéraux).

Sa grand-mère, Mac YAVEL, lui dit qu’il peut aussi recoller deux à deux les « coins » par leur plus grande face. Ainsi, il obtiendra 3 bonbons au lieu d’un, tout en donnant l’impression d’une quantité presqu’équivalente pour chaque.

Il est satisfait de l’esthétique des produits, mais il se demande si les trois ont bien le même volume de matière…

➢ **Pouvez-vous renseigner Monsieur Haron ?**

➢ **Construire un agrandissement d’un patron du tétraèdre régulier à l’échelle 2.**

4 tétraèdres trirectangles

1 tétraèdre régulier

Recherche 9 Ils sont forts, les premiers ! [UNIQUEMENT pour les 3^e]

Durant le jeu *Fort Matheux*, le père Hourra pose une énigme à un candidat :
« Voici l’énigme ! Pour commencer cette année 2019, j’ai décidé de jouer avec les chiffres du nombre 2019. Quels nombres de **1, 2, 3 ou 4** chiffres peut-on former avec les chiffres de 2019, pris une seule fois, sachant qu’ils doivent posséder exactement deux diviseurs : le nombre 1 et eux-mêmes ? ».

➢ **Répondre à l’énigme du père Hourra, en justifiant la réponse.**

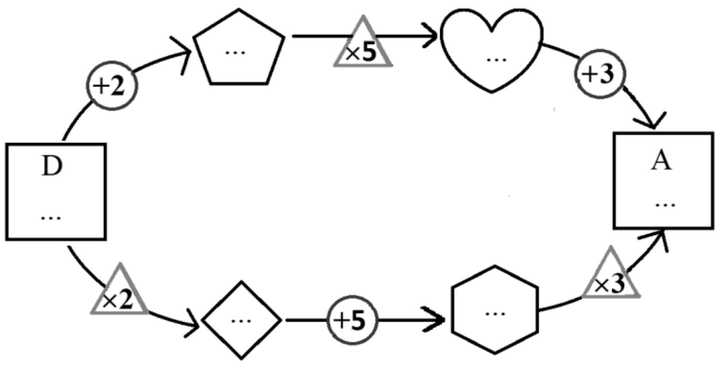
2019 - FEUILLE-RÉPONSE **uniquement pour sujets** 4^{e} **et** 3^{e} **page 1/1**

***NOMS dans l'ordre alphabétique SVP.**

NOM* **en MAJUSCULES**	.. ..	.. ..	.. ..	.. ..
Prénom	… … … … …	… … … … …	… … … … …	… … … … …
Classe	… …	… …	… …	… …

Établissement : … … … … … … … … Ville : … … … … … … … Département n° ……

Recherche 2 Additionner ou multiplier serait-ce du pareil au même ?



La personne qui a raison est : … … … … …

Justification mathématique :

Recherche 3 Se laisser compter la Franche-Comté en passant par la Bourgogne, avec ou sans sabots…

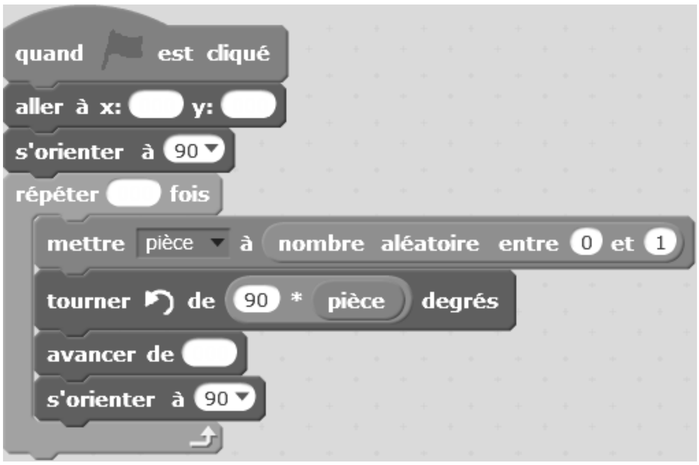
Complétez le tableau ci-dessous.

	DA	DB	DM	AN	MN	MV	BV	MS	BS	ML	AL
Distance réelle en km	122	140	114	95	148	178	54	138	79	69	197
Distance carte en cm arrondie au mm près	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Ensuite, réalisez le plan sur une feuille A4.

Énigme 5 Scratch, boum, hue…

<u>Complétez les 4 blancs de l'algorithme.</u>



Correction des sujets 6^e - 5^e Rallye 2019

Énigme 1 Un carré du tonnerre [UNIQUEMENT pour les 6^e]

52	61	4	**A** **13**	**B** **20**	29	36	**45**
14	**3**	62	51	46	**35**	30	19
53	**C** **60**	**5**	12	21	**D** **28**	37	44
11	**6**	59	**E** **54**	**43**	38	27	22
55	58	**F** **7**	10	23	26	**G** **39**	42
9	8	57	**56**	**41**	40	25	24
50	**H** **63**	2	15	18	31	**34**	**47**
16	**İ** **1**	**J** **64**	49	48	**33**	32	17

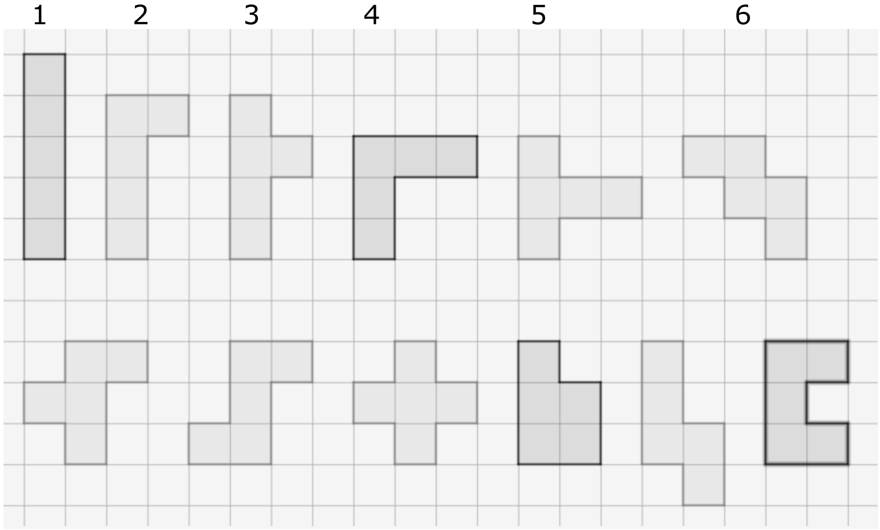
A = Somme de 1 et du double de 6.
B = Nombre qui complète l'égalité : $\frac{1}{5}$ = …… %.
C = Décuple du score maximal sur un dé cubique traditionnel.
D = Nombre de jours en février 2019.
E = Neuf-dixièmes de 60.
F = Reste de la division euclidienne de 618 par 13.
G = Triple de A.
H = Multiple de 9 à deux chiffres dont le chiffre des dizaines est le double de celui des unités.
İ = Quotient d'un nombre non nul divisé par lui-même.
J = Nombre LXIV.

Énigme 2 Carré diviseur

	D ↓		E ↓		F ↓		G ↓	⇊
A→	**3**	×	2	×	8	×	**6**	= 288
	×		×		×		×	×
B→	5	×	**7**	×	**4**	×	9	= 1 260
	×		×		×		×	×
C→	**4**	×	8	×	**6**	×	7	= 1 344
⇉	= 60	×	= **112**	×	= 192	×	= **378**	= **487 710 720**

Énigme 3 Des pentaminos au cube

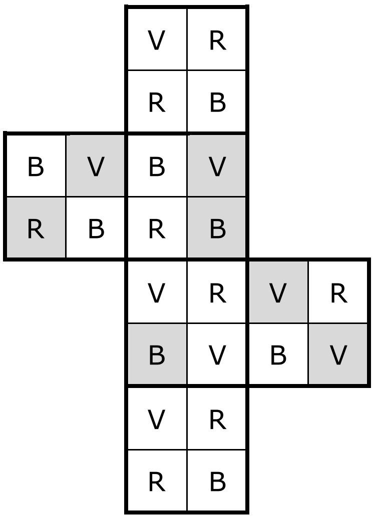
1 2 3 4 5 6



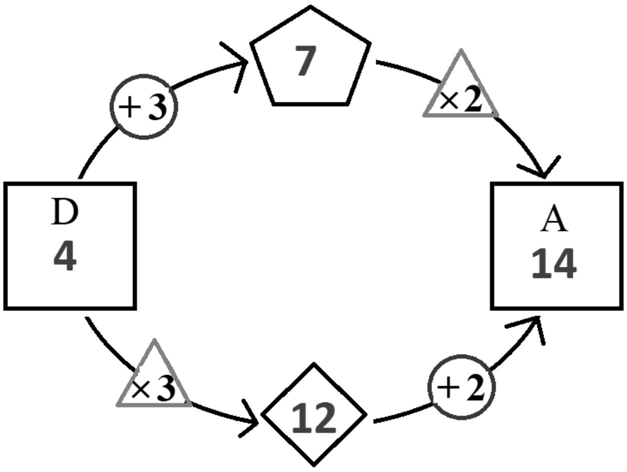
7 8 9 10 11 12

Les 4 pentaminos (plus sombres) 1, 4, 10 et 12 ne conviennent pas pour former une boite.
Les 8 autres sont coloriés en bleu.

Énigme 4 Cube tricolore



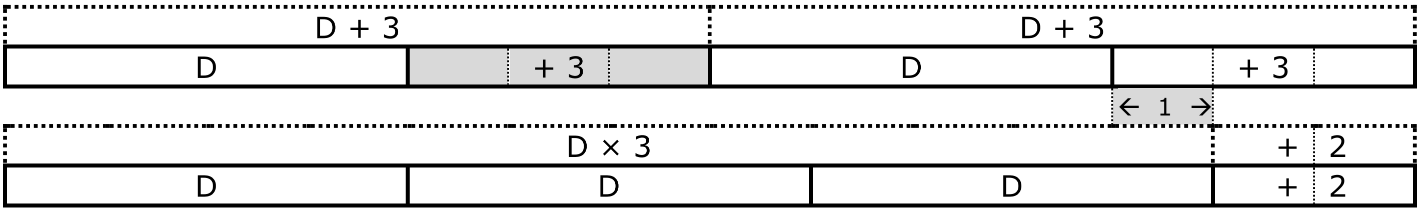
Recherche 5 **Additionner ou multiplier, serait-ce du pareil au même ?**



La personne qui a raison est : **Justine**.

Exemple : si D=0 , alors A=6 ou A=2 (écart=4) ; si D=1 , alors A=8 ou A=5 (écart=3) ; etc. Si D augmente de 1, le haut augmente de 2 et le bas augmente de 3. Il faut donc augmenter D=1 de 3 pour que l'écart s'annule. D'où D=1+3=**4** .

OU Un schéma possible qui traduit les 2 circuits :



Donc D = 1 + 3 = **4**

Recherche 6 **Super tablette (de chocolat)**

8 est multiple de 2 et 4. 9 est multiple de 3. 9×8 est multiple de 6. Donc le plus petit nombre de carrés de chocolat nécessaire doit être multiple de 9, 8, 7, 5. Par conséquent c'est 9×8×7×5=**2 520**.

Or 2 520=72×35=36×70, seuls produits de deux nombres dont l'un est presque la moitié de l'autre. La super tablette peut donc mesurer **36 cm sur 70 cm** ou **35 cm sur 72 cm**.

À partir de la décomposition de 2 520 en 2×2×2×3×3×5×7, on trouve les diviseurs : 10, 12, 14, 15, 18, 20, mais pas 11, 13, 16 17 et 19. Donc on peut partager la tablette en **10, 12, 14, 15, 18 ou 20 personnes.**

Recherche 7 **Le marathon de Dijon**

Un tour complet mesure 1 056 m +792 m +1 097 m +688 m+967 m= 4 600 m.

Or 42 195 m= 9×4 600 m+795 m. Il faut donc **9 tours complets et 795 m**.

795 m est très voisin de la distance de 792 m entre **la place de la République** et celle du **30 Octobre** qui peuvent donc être choisies indifféremment comme départ et comme arrivée selon le sens adopté pour le circuit.

UNIQUEMENT pour les 5e

Recherche 8 **Se laisser compter la Franche-Comté en passant par la Bourgogne, avec ou sans sabots…**

	DA	DB	DM	AN	MN	MV	BV	MS	BS	ML	AL
Distance réelle en km	122	140	114	95	148	178	54	138	79	69	197
Distance carte en cm arrondie au mm près	9,**8**	11,2	9,**1**	7,6	11,**8**	14,**2**	4,**3**	11,**0**	6,**3**	5,**5**	15,**8**

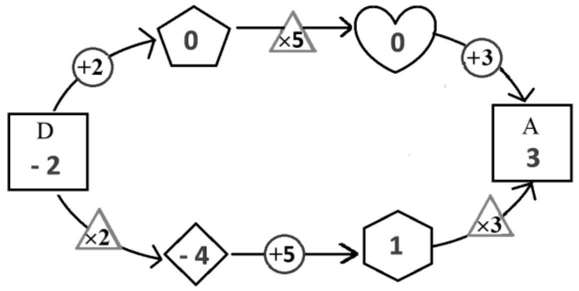
Correction des sujets 4^e – 3^e Rallye 2019

Énigme 1 — Opération codée [UNIQUEMENT pour les 4^e]

Dans l'égalité suivante : **LİTRE = DM^3**

Pour cette égalité, il faut trouver un nombre de deux chiffres qui, élevé au cube, conduit à un nombre de cinq chiffres qui comporte cinq **autres** chiffres (encore différents).
Par essais et corrections successifs, il faut chercher entre 21^3 = 9 260 (4 chiffres) et 47^3 = 103 823 (6 chiffres).
Seul **27^3 = 19 683** convient en n'utilisant que des chiffres différents.
Restent les chiffres 0, 4 et 5.
Avec ces trois chiffres, **les seuls nombres de trois chiffres différents que l'on peut écrire <u>correctement</u> sont : 405, 450, 504, 540.**

Recherche 2 — Additionner ou multiplier serait-ce du pareil au même ?



La personne qui a raison est : **İ r è n e**

Justification mathématique :

(D+2)×5+3 = A 5D+13 = A

[(D×2)+5]×3 = A 6D+15 = A

Donc 6D+15 = 5D+13

D'où **D = −2**,

et par suite **A** = 5×(−2)+13 = **3**

Voir la résolution graphique en page 4 ci-dessous.

Recherche 3 — Se laisser compter la Franche-Comté en passant par la Bourgogne, avec ou sans sabots…

	DA	DB	DM	AN	MN	MV	BV	MS	BS	ML	AL
Distance réelle en km	122	140	114	95	148	178	54	138	79	69	197
Distance carte en cm arrondie au mm près	9,**8**	11,2	9,**1**	7,6	11,**8**	14,**2**	4,**3**	11,**0**	6,**3**	5,**5**	15,**8**

Voir carte en **première de couverture** pour les cercles et les préfectures.

Recherche 4 — J'<u>enrage</u> de trouver ce nom !

Le nom de la ville comporte 3 voyelles et 3 consonnes.
Le <u>produit</u> des **3** voyelles différentes est 12. C'est donc 1×3×4 ou 1×2×6. Seuls **1, 3, 4** ont pour somme 8 et deux numéros sont bien <u>consécutifs</u>. Les trois voyelles sont donc **A, İ, O**.
Pour les trois consonnes, comme 210 = 2×3×5×7, pour que le produit fasse 210 avec 3 nombres inférieurs ou égaux à 20, il n'y a que : 1×14×15, 2×7×15, 3×5×14, 3×10×7, 5×6×7.
5+6+7 = 18 mais ce sont **3** nombres consécutifs et non 2 ; de plus, on n'a pas 1, 3 ou 4.
Seul le trio **1, 14, 15** comporte exactement <u>**deux** nombres consécutifs</u> **et** a une somme supérieure à 20. Les trois consonnes sont donc **B, R, S**. Le numéro commun est 1=A=B.
Une culture historique, et le fait que la première lettre et la troisième portent le même numéro doivent nous conduire à la ville d'**ARBOIS** dans laquelle a travaillé le très célèbre savant français Louis PASTEUR, né en 1822 et décédé en 1895, et qui a, entre autre, élaboré le vaccin contre la **rage**, d'où le titre !

Énigme 5 — Scratch, boum, hue…

Les points recherchés sont : (0 ; 80), (20 ; 60), (40 ; 40), (60 ; 20) et (80 ; 0).
Le seul point d'arrivée qui cache un trésor est le point de coordonnées (40 ; 40).
Sur le fichier Scratch, on écrit dans l'ordre : 0 ; 0 ; 4 ; 20.

Celui qui rapporte le plus de points est celui qui passe par tous les trésors, et ce, par une alternance astucieuse de pile (avancer vers la droite) et de face (avancer vers le haut).
Par exemple, on peut avoir PFPFPFPF ou FPFPFPFP ou PFFPPFFP ou FPPFFPPF ou etc.
On ne doit donc **jamais avoir 3 P ou 3 F consécutifs.**
Dans tous les cas, le score sera :{([(1 + 1) × 2 + 1 + 1]× 2 + 1 + 1)× 2 + 1 + 1} × 2 = **60**.

↑	↑	↑	↑
vers le trésor 1 (20 ; 20)	vers le trésor 2 (40 ; 40)	vers le trésor 3 (60 ; 60)	vers le trésor 4 (80 ; 80)

Recherche 6 — L'As des as

On a 32 possibilités pour la 1^{re} carte, 31 pour la deuxième et 30 pour la dernière,
donc il y a : 32×31×30 = 29 760 actes de 3 tirages, les uns après les autres.

Cependant, 3 mêmes cartes apparaissent dans 3×2×1 = 6 tirages différents, puisque l'ordre de tirage n'intervient pas. Il y a donc 29 760 **:** 6 = **4 960 tirages possibles de trois cartes.**
On raisonne de la même manière sur 28 cartes (32 cartes desquelles on retire les 4 As) :
28×27×26 **:** 6 = 19 656 **:** 6 = **3 276 tirages de trois cartes n'ayant aucun As.**

« Tirer une combinaison avec au moins un As » est le contraire de « Tirer une combinaison sans As ».
Ainsi, le nombre de tirages avec au moins un As est : 4 960 **–** 3 276 = 1 684.
La probabilité de gagner à ce jeu est donc : $\frac{1684}{4960} \approx 34\%$ (à 1% près)

Recherche 7 — Super tablette (de chocolat), au carré

8 est multiple de 2 et 4. 9 est multiple de 3. 9×8 est multiple de 6.
Donc le plus petit nombre de « carrés » de chocolat nécessaire doit être multiple de :
9, 8, 7 et 5.
Par conséquent c'est : 9×8×7×5 = **2 520**.

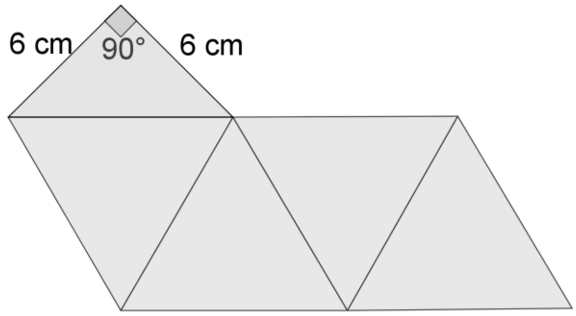
Pour obtenir une tablette de forme carrée, il faut que le nombre de « carrés » soit un carré parfait et qu'il reste multiple de 9, 8, 7 et 5. Comme 2 520= 2×2×2×3×3×5×7, pour en faire un carré, il manque : « ×2×5×7 » pour avoir un nombre pair de facteurs égaux.
La tablette comportera donc : (2×2×3×5×7)× (2×2×3×5×7) = 176 400 carrés.
La plus petite longueur de côté de sa super-maxi-tablette est : 2×2×3×5×7 = **420 cm.**
Comme chaque « carré » de chocolat est en fait un cube de 1 cm^3, la tablette a un volume de 176 400 cm^3 soit 176,4 L , ce qui conduit a une masse de :
176,4 L × 0,75 kg/L = **132,3 kg**.
On peut donc penser que Madeleine **aura du mal à la déplacer seule**.
Heureusement, il y a de grandes portes au Palais des congrès !

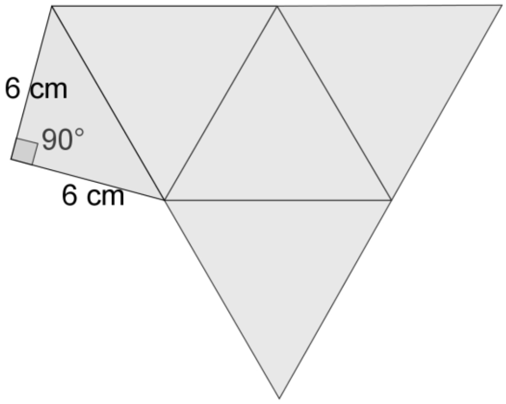
Recherche 8 — Pâtes de fruits… fruits de découpages

Chaque « coin » tétraèdre trirectangle a pour volume : [(3×3 : 2)×3] : 3 = 9/2 .

Le tétraèdre régulier équivaut au cube privé de quatre « coins ».
Son volume est donc : 27 **–** 4×9/2= **9**.
Deux « coins » accolés forment un solide de volume : 2×9/2 = **9**.
Les trois bonbons ont bien même volume de matière.

À un déplacement près, il n’y a que **2 patrons** du tétraèdre régulier : un **parallélogramme** et un **triangle équilatéral** (le triangle rectangle isocèle ne sert qu’à la construction des côtés des triangles équilatéraux).





Recherche 9 **Ils sont forts, les premiers ! [UNIQUEMENT pour les 3e]**

Les nombres qui n’ont qu’exactement DEUX diviseurs (1 et le nombre lui-même) sont appelés nombres **premiers**.
On peut effectuer des disjonctions de cas, suivant le nombre de chiffres écrits (dans l’ordre de simplicité des cas, ici).

➢ Pour les nombres à **un** chiffre :
0 a une infinité de diviseurs, donc 0 n’est pas un nombre premier.
1 n’a qu’**un** seul diviseur, donc 1 n’est pas un nombre premier.
9 a 3 diviseurs, donc 9 n’est pas un nombre premier.

Il n’y a donc qu’**un** seul nombre premier à un chiffre, il s’agit du nombre **2**.

➢ Pour les nombres à **quatre** chiffres :
Comme $2 + 0 + 1 + 9 = 3 + 3 \times 3$,
tous les nombres formés avec les quatre chiffres sont multiples de 3.
C’est pourquoi il n’y a **aucun** nombre premier avec ces 4 chiffres.

➢ Pour les nombres à **deux** chiffres, il est inutile de mettre 0 ou 2 au chiffre des unités.
On peut envisager le tableau suivant :

Dizaine	1	2		9
Unité	9	1	9	1
Nombre	**19**	21	**29**	91
Est-il premier ?	**Oui**	Non 3 × 7	**Oui**	Non 13 × 7

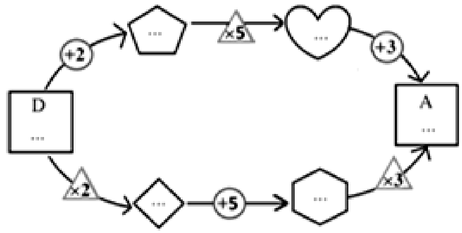
➢ Pour les nombres à **trois** chiffres, on raisonne par disjonction de cas, en excluant un chiffre dans chaque cas.
→ Sans le 0 : comme $2 + 1 + 9 = 3 + 3 \times 3$, tous les nombres formés avec 1 ; 2 ; 9 sont multiples de 3. Donc tous les nombres à 3 chiffres avec 1 ; 2 ; 9 sont à exclure.
→ Sans le 9 : comme $2 + 0 + 1 = 3$, tous les nombres formés avec 0 ; 1 ; 2 sont multiples de 3. Donc tous les nombres à 3 chiffres avec 0 ; 1 ; 2 sont à exclure.
→ Sans le 2 ou sans le 1 :
On envisage les nombres formés avec 0 ; 1 ; 9 (donc 109 ; 190 ; 901 et 910)
et les nombres formés avec 0 ; 2 ; 9 (donc 209 ; 290 ; 902 et 920).
Les nombres pairs sont à exclure, il reste donc :

Nombre	**109**	901	209
Est-il premier ?	**Oui**	Non 53 × 17	Non 11 × 19

Conclusion : on peut former **quatre nombres premiers** : **2** ; **19** ; **29** et **109.**

Résolution graphique de la recherche 2 de 4ᵉ-3ᵉ

(Additionner ou multiplier serait-ce du pareil au même ?)



←--- --- Circuit du haut : $5\times(D+2)+3$ --- --->

<table>
<tr><td colspan="3">Écart 3</td><td colspan="3">D+2</td><td colspan="3">D+2</td><td colspan="3">D+2</td><td colspan="3">D+2</td><td colspan="3">D+2</td><td colspan="3">+3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>D</td><td colspan="2">+2</td><td>D</td><td colspan="2">+2</td><td>D</td><td colspan="2">+2</td><td>D</td><td colspan="2">+2</td><td>D</td><td colspan="2">+2</td><td colspan="3">+3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>D</td><td>D</td><td colspan="5">+5</td><td>D</td><td>D</td><td colspan="5">+5</td><td>D</td><td>D</td><td colspan="5">+5</td></tr>
<tr><td colspan="7">2D+5</td><td colspan="7">2D+5</td><td colspan="7">2D+5</td></tr>
</table>

←--- --- Circuit du bas : $(2D+5)\times3$ --- --->

Ici $D = 1$; c'est le moins qu'on puisse rendre visible chez les entiers !

On constate* que le circuit du haut est trop court de 3.

De plus, on voit* bien que si D « grandit », l'écart va s'accroître puisqu'il y a $6\times D$ en bas et seulement $5\times D$ en haut. Il va donc falloir diminuer D.

Les nombres étant fixes (13 en haut et 15 en bas), on ne peut jouer que sur D.

L'écart entre les 6 D et les 5 D est de $1\times D$. Donc chaque fois que l'on diminue D de 1, on diminue l'écart de 1 aussi.

Donc pour annuler l'écart de 3, il faut diminuer D de 3.

Donc $D = 1 - 3 = \mathbf{-2}$.

* Ce n'est pas « On voit que… », c'est bien une preuve visuelle !

uB
UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE

IREM
DIJON

IMB
INSTITUT DE MATHÉMATIQUES
DE BOURGOGNE

Côte d'Or
LE DÉPARTEMENT

saône-et-loire
LE DÉPARTEMENT

l'Yonne
CONSEIL DÉPARTEMENTAL

NIÈVRE
le département

BANQUE DE FRANCE

CASIO

Cosinus

Crédit Mutuel
Enseignant
www.cme.creditmutuel.fr

ALEPH

LASER BOWL
QUETIGNY

Touroparc ZOO

In Forest

TRAMPOLINE
EXPÉRIENCE

NUMWORKS