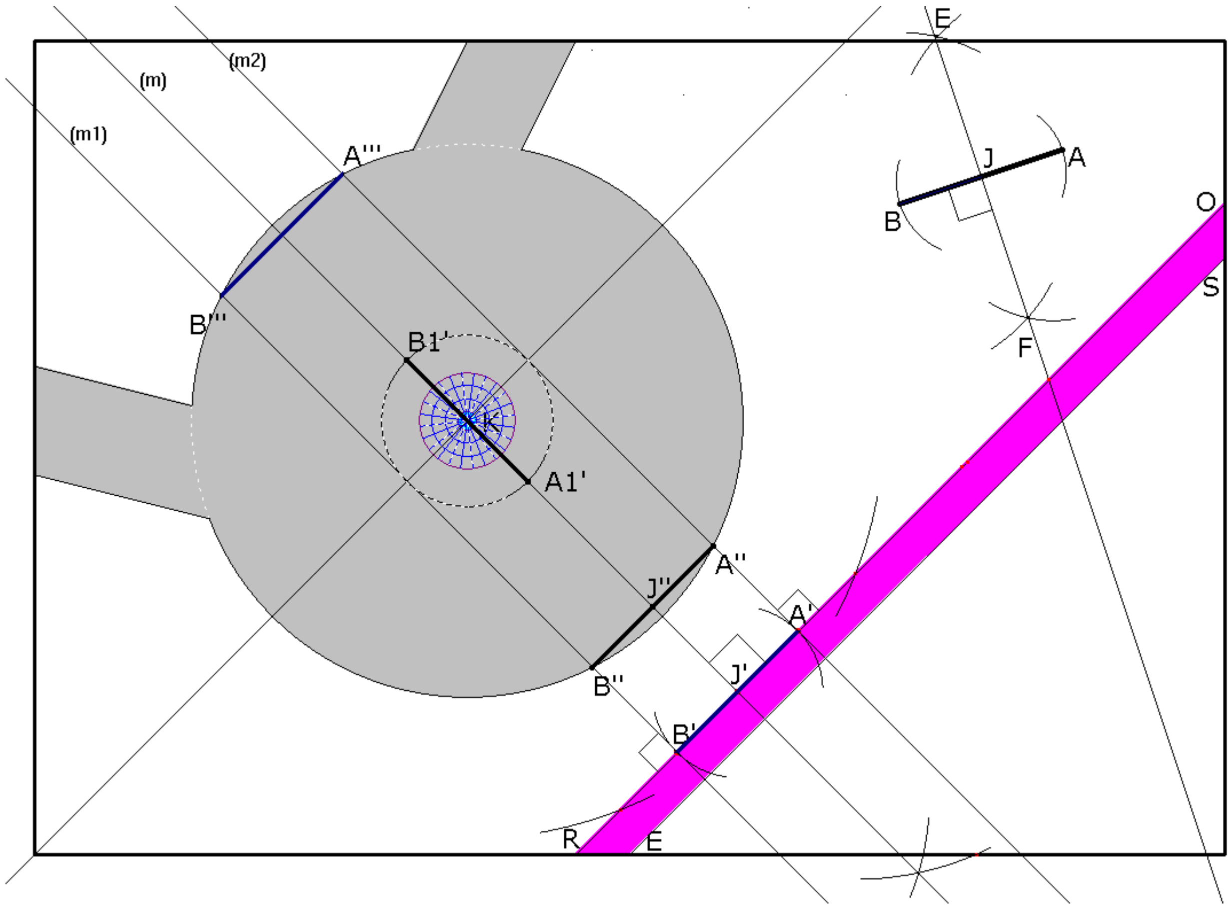
RALLYE MATHÉMATIQUE
DES COLLÈGES DE BOURGOGNE

2011

Côte-d'Or



INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
Faculté Sciences Mirande - B.P. 47 870 - 21078 DIJON cedex
☎ 03 80 39 52 30 - Télécopie 03 80 39 52 39
e-mail "iremsecr@u-bourgogne.fr" – http://math.u-bourgogne.fr/IREM/

Le Rallye Mathématique des collèges suscite un enthousiasme grandissant auprès des collégiens de Côte-d'Or.

A travers cette manifestation organisée par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, avec le soutien de l'Inspection Académique et du Conseil Général, ce sont chaque année plusieurs milliers de jeunes collégiens qui font travailler leur esprit sur des exercices mathématiques alliant calcul et raisonnement.

Ce succès mérité montre l'intérêt des jeunes pour les mathématiques lorsqu'elles leur sont présentées en valorisant toute la richesse qui les caractérise.

Justement, à quoi servent les mathématiques ? À cette question que se posent beaucoup de collégiens, on peut apporter de nombreuses réponses tant les mathématiques sont omniprésentes autour de nous.

De la médecine à l'économie en passant par la génétique, l'informatique ou encore l'astronomie, la plupart des domaines font intervenir des applications mathématiques qui sont un outil indispensable dans le monde d'aujourd'hui.

Les mathématiques nécessitent néanmoins un apprentissage régulier pour être apprivoisées, comprises et utilisées efficacement, et auquel contribue le Rallye Mathématique des collèges de Côte-d'Or.

Je tiens à féliciter tous ceux se sont impliqués dans cette 14e édition et je profite de cette occasion pour saluer l'ensemble du personnel, professeurs, agents d'entretien et de restauration qui s'impliquent au quotidien pour offrir un cadre d'étude adapté et chaleureux à nos collégiens.

François SAUVADET
Député de la Côte-d'Or
Président du Conseil Général

Pour la 14e année, le rallye mathématique des collèges a remporté un succès bien mérité puisque cette année, 22 collèges s'y sont inscrits.
Le nombre de participants à ce concours ne cesse de croître chaque année, dévoilant ainsi l'intérêt que les élèves portent à l'apprentissage des mathématiques.

Découvrir le plaisir de résoudre des problèmes à plusieurs, d'apprendre à raisonner et à travailler en équipe sont des points forts de ce rallye que les élèves semblent apprécier.

Nous pouvons nous réjouir qu'autant de collégiens aient pu participer à une activité particulièrement formatrice qui les incite à s'ouvrir aux mathématiques et à développer leur curiosité naturelle.

J'adresse mes remerciements à tous ceux qui ont contribué à cette réussite : l'institut de recherche de l'enseignement des mathématiques, le conseil général de la Côte-d'Or, l'équipe qui l'a organisé, les professeurs et les élèves participants.

Annaïck LOISEL
L'inspectrice d'académie

Une idée communément répandue est que les mathématiques sont faites de certitudes. Pourtant, entre autres vertus, les mathématiques nous enseignent le doute et son corollaire, la probité intellectuelle. Elles nous apprennent à dépasser ce que l'on voit ou ce que l'on croit être vrai, pour aller vers une forme de vérité incontestable par la force de l'esprit. C'est le triomphe du raisonnement. Cette vérité est définitive et irréversible : il n'est pas rare au cours de l'histoire des sciences qu'une vérité chasse l'autre après certaine découverte, mais le théorème de Pythagore ou les critères de divisibilité en base dix ne seront jamais infirmés. Cette vérité est universelle, un théorème vrai ici sera reconnu vrai en d'autres cieux. Si nous devions un jour établir un contact avec des extra-terrestres, les mathématiques seraient sûrement un langage adapté, les concepteurs des messages gravés sur la plaquette emportée dans l'espace par la sonde *Voyager 2* ne s'y sont pas trompés. Cette vérité est indiscutable, elle n'est soumise à aucun argument d'autorité : en mathématiques, un simple professeur de terrain peut démontrer à un prix Nobel (pardon, le prix Nobel n'existe pas en mathématiques) qu'il s'est trompé, et il n'est pas rare qu'un élève de 6e signale, à juste titre, une erreur à son professeur. C'est en cela que les 2392 participants du rallye des collèges de la Côte d'Or et les 2673 participants du rallye des collèges de la Saône-et-Loire sont de vrais mathématiciens en herbe.

Les mathématiques sont aussi une école pour expérimenter et pour imaginer. Que ce soit avec le papier et le crayon ou plus récemment avec les outils informatiques, l'enseignement des mathématiques doit piquer la curiosité avant de la satisfaire. Que tous les concepteurs de ce rallye, jeunes ou moins jeunes, soient remerciés pour donner depuis plusieurs années autant d'occasions aux collégiens d'expérimenter et de découvrir, sans théorie aucune. Les supports importent peu, qu'ils soient balances, amas de cubes, robot, marelle ou billard, les problèmes imaginés par ces glorieux auteurs donnent aux collégiens chaque année autant d'occasions d'exercer leur imagination, et autant de plaisir. Bravo à tous donc, et laissons le dernier mot au grand Galilée :

« *La mathématique est une science dangereuse : elle dévoile les supercheries et les erreurs de calcul.* »

Robert FERACHOGLOU
Chargé de mission en mathématiques

Les Rallyes Mathématique des collèges de Côte d'Or et de Saône et Loire ont fusionné cette année pour donner naissance à ce Rallye Mathématique des collèges de Bourgogne dont l'envergure est régionale et qui a commencé à s'étendre géographiquement à deux collèges de la Nièvre parmi les participants.

Ce Rallye est organisé par un groupe d'enseignants de collèges animateurs à l'**I**nstitut de **R**echerche sur l'**E**nseignement des **M**athématiques de l'Université de Bourgogne ainsi que Françoise Besse, secrétaire de l'**IREM**. Je remercie chaleureusement toutes ces personnes pour le succès de cette manifestation et tout particulièrement Saïd Bellaassali qui a conçu et maintient le site du Rallye, permettant cette année les inscriptions et la gestion des notes en ligne et rendant ainsi matériellement possible l'organisation d'un Rallye étendu à toute la Bourgogne.

La motivation du groupe Rallye de l'**IREM** est de montrer aux élèves que les mathématiques peuvent être abordées de façon ludique et attrayante en leur proposant des énigmes de différentes difficultés qui vont d'un jeu de mots croisés portant sur des termes mathématiques à des problèmes mathématiques plus complexes formulés de façon imagée.
Une autre motivation est de tenter de faire percevoir aux élèves l'intérêt d'un travail en équipe dans une démarche scientifique : les équipes de rallye sont de trois ou quatre élèves et chaque équipe doit rendre une seule copie.

Ce Rallye n'aurait bien sûr pas lieu sans le travail bénévole des professeurs de mathématiques dans les collèges qui inscrivent leurs élèves, organisent et surveillent l'épreuve puis corrigent les copies d'un autre établissement. Je les en remercie infiniment.

La cérémonie de remise des récompenses a lieu alternativement au Conseil Général et à l'Université de Bourgogne. Cette année, c'est le Conseil Général qui l'accueille et je l'en remercie au nom de l'IREM.

Pour la première fois dans l'histoire du Rallye des collèges de l'**IREM** de Dijon, **une super finale réunira jeudi 9 juin 2011 les meilleures équipes des trois départements à l'Université de Bourgogne** pour qu'elles se départagent sur des énigmes reposant sur des manipulations d'objets mathématiques. Les élèves participant à la finale profiteront de l'occasion de cette visite à l'Université pour faire un tour dans les laboratoires de physique et chimie.

Ce compte-rendu est celui des résultats des équipes de Côte d'Or. Je vous en souhaite une bonne lecture.

Catherine LABRUÈRE CHAZAL
Directrice de l'IREM

Fort de son succès, le Rallye mathématique des collèges de Côte d'Or a rassemblé, pour son édition 2011, 638 équipes, soit 2392 participants, provenant de 21 établissements.

Organisé par l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) de l'Université de Bourgogne, parrainé par le Conseil Général de la Côte d'Or et l'Inspection Académique, ce défi collectif a rencontré cette année encore un franc succès auprès des collégiens.

Grâce au concours bénévole des enseignants de différents collèges, ce rallye a permis de faire découvrir les mathématiques sous une forme attractive et divertissante. Les collégiens, futurs étudiants, ont ainsi pu découvrir et apprécier les joies de la réussite des épreuves présentées. Les très bons résultats constatés cette année encore ainsi que le nombre de participants témoignent du fort intérêt des jeunes pour ce défi qui valorise l'apprentissage des mathématiques et à travers elles de toutes les sciences.

Je félicite et remercie l'ensemble des acteurs et partenaires, aux côtés de l'IREM de l'Université de Bourgogne pour leur enthousiasme et leur investissement, qui fait de ce rallye une réussite et l'une des clés de la dynamique de coopération entre les différents collèges de Côte d'Or et notre université.

Sophie BÉJEAN
Présidente de l'Université de Bourgogne

L'ORGANISATION

Le 14e rallye mathématique des collèges, organisé par l'IREM de l'université de Bourgogne et parrainé par le conseil général de Côte-d'Or, l'inspection académique de Côte-d'Or, l'APMEP, Texas Instrument, Cosinus, s'est déroulé le

vendredi 21 janvier 2011,

pendant 2 heures, entre 13 et 17 heures.

La participation a été de 2 392 élèves, répartis en 638 équipes, provenant de 21 collèges.

Par rapport à 2010, le nombre de collèges est presque identique (22), celui des équipes augmente de 601 à 638.

Cette manifestation est maintenant très largement connue dans le département et concerne vraiment toute la Côte-d'Or, urbaine et rurale.

Nous tenons à remercier vivement les collègues qui s'investissent bénévolement pour l'organisation dans leur établissement ; sans eux, le rallye ne pourrait exister.

La correction a été réalisée du 2 février (réunion plénière des correcteurs pour le barème) au 18 février, par une cinquantaine de professeurs que nous remercions chaleureusement pour cette collaboration bénévole.

Pour cette 14e édition, nous avons innové sur deux points :

- Les sujets ont été établis en concertation avec une équipe de professeurs de Saône-et-Loire. Bien sûr, internet a été largement utilisé pour des méls et des discussions Les « anciens » pensent néanmoins que cela ne vaut pas les réunions autour d'une table, conviviales et émaillées de franches rigolades plus ou moins « matheuses » !
- Nous avons modifié la répartition des sujets : un sujet 6e, un sujet cycle central (5e-4e) et un sujet 3e, avec certains exercices communs, bien sûr.

Tous les exercices ont été appréciés des professeurs et abordés assez également… avec plus ou moins de bonheur pour les plus délicats, évidemment.

Comme l'an dernier, il nous semble que, pour les meilleures copies de chaque niveau, un effort d'explication a été fourni, remarquable même parfois. Souhaitons que cela fasse école… Certaines équipes exposent des stratégies originales

S'il fallait exprimer quelques regrets, ils porteraient sur le fait que les élèves préfèrent une vérification *a posteriori* à une argumentation construite (faces d'un cube coloré, la vieille couverture, la foire, anniversaires menteurs, k-ré magique). En géométrie, les élèves utilisent encore beaucoup la règle, l'équerre, la mesure et… le « pifomètre », plutôt que le compas pour construire réellement des perpendiculaires, des parallèles et des milieux, ou reporter des distances. En revanche, les fractions semblent faire moins peur. Leur intégration systématique aux calculatrices les rend sans doute plus familières et… plus faciles à utiliser dans les calculs ! Les pourcentages restant souvent redoutables et redoutés !

Le palmarès récompense environ 30 équipes pour chaque niveau, les 8 premières étant invitées à une cérémonie de remise des récompenses le mercredi 11 mai 2011, à 15 h 00, au Conseil Général de Côte d'Or.

Une super finale amicale réunira les deux meilleures équipes de chaque niveau et de chaque département le jeudi 9 juin 2011, à 14 h, à l'université de Bourgogne, faculté des Sciences Mirande.

- ***<u>Equipe d'organisation</u>***

- Jacky MARECHAL, retraité
- Alain MASCRET, collège La Champagne à Gevrey-Chambertin
- François MARCHIVIE, Universitaire, retraité
- Jean-François MUGNIER,
- Claire PRADEL, collège Clos de Pouilly à Dijon.

- ***<u>Collèges participants (nombre d'équipes)</u>***

NOM du Collège	Nombre équipes par niveau				Nbre élèves	Nbre équipes
	6^{e}	5^{e}	4^{e}	3^{e}		
BEAUNE Monge	0	18	14	0	117	32
BLIGNY S/OUCHE J. Lacaille	3	3	2	1	34	9
CHENOVE E. Herriot	7	3	5	4	65	19
CHENOVE le Chapitre	404	3	2	0	18	5
DIJON Montchapet	14	12	13	6	180	45
DIJON Carnot	22	12	10	3	180	47
DIJON A. Malraux	11	16	0	0	106	27
DIJON M. Pardé	14	13	2	0	107	29
DIJON G. Roupnel	15	5	4	6	112	30
DIJON Saint François	8	15	13	21	222	57
DIJON Saint-Michel	18	22	22	19	316	81
ECHENON Les Hautes Pailles	16	0	15	5	123	36
FONTAINE FRANCAISE H. Berger	13	13	13	7	158	46
GEVREY CHAMBERTIN la Champagne	7	14	6	7	124	34
MARSANNAY LA COTE Marcel Aymé	5	4	7	0	57	16
MIREBEAU A. Rimbaud	0	10	5	0	59	15
NOLAY L. Carnot	10	2	6	6	88	24
SAULIEU F. Pompon	8	5	10	8	114	31
SELONGEY Champ Lumière	6	4	5	4	74	19
SEMUR EN AUXOIS C. Perceret	4	5	5	4	68	18
VITTEAUX Dr Kuhn	0	8	4	6	70	18
	181	**187**	**163**	**107**	**2392**	**638**

LES ÉNONCÉS

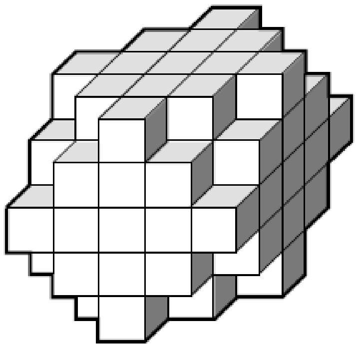
FİL ROUGE (tous niveaux)

Quatre éclaireurs rentrent au château de nuit, İls sont poursuivis par des ennemis qui sont à 34 minutes derrière eux. À cette heure, le pont-levis est levé.
Pour traverser les douves, les éclaireurs sont entraînés à utiliser un tronc qui ne supporte, au maximum, que deux hommes à la fois. L'un met 4 minutes, l'autre 6 minutes, un troisième 10 minutes et un quatrième 12 minutes.
İls n'ont qu'une lampe pour les 4 et il leur est impossible de traverser sans elle.

➢ Pourront-ils tous traverser avant l'arrivée de l'ennemi ?
Si oui indiquer l'ordre de passage.

Le cubidule du radin (tous niveaux)

Si l'on pose cet objet sur l'une quelconque de ses 6 grandes faces, on le voit toujours ainsi : →



Mattéo veut construire ce bel objet à l'aide de petits cubes identiques mais il ne veut pas en acheter un de trop !

➢ İl se demande combien de petits cubes il lui faudra…

Ça balance un max ! (tous niveaux)

Robert VAL possède 9 billes de même apparence, mais hélas, une seule d'entre elles est très légèrement plus lourde que les 8 autres qui sont rigoureusement de même masse.
İl dispose d'une balance à 2 plateaux (dites balance de ROBERVAL).

En trois pesées, son cousin Philippe, réussit à trouver la plus lourde.

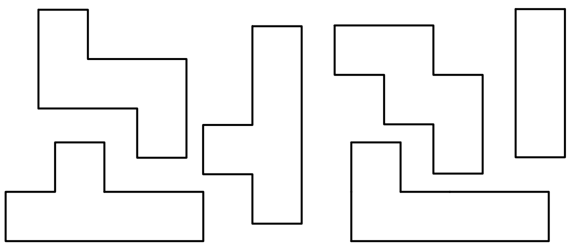
➢ Comment fait-il ?

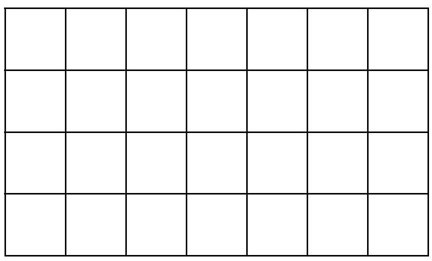
Mais lui, Robert, réussit à la trouver en deux pesées seulement !

➢ Comment fait-il ?

Un triamino, des pentaminos (6^{e})

➢ İndiquer à l'aide de 6 couleurs différentes la place occupée par le triamino et les 5 pentaminos ci-contre lorsqu'ils recouvrent entièrement la grille fournie <u>sur la feuille réponse</u>.





Faces d'un cube (6^e)

Marion possède un cube dont les six faces sont de couleurs différentes.
Elle le lance 3 fois sur une table et voit, autour d'un sommet commun à trois faces visibles :

- la 1re fois : vert, orange et noir,
- la 2^e fois : blanc, orange, rouge,
- la 3^e fois : rouge, orange, noir.

➢ Quelle est la couleur de la face opposée à celle de la face noire ?

Mais que faisait donc le chat ? (6^e)

Au grenier, dans un coffre, grand-mère a retrouvé une vieille couverture qu'elle avait confectionnée il y a de nombreuses années.
Malheureusement, des souris l'ont rongée et l'ont beaucoup abîmée. Grand-mère voudrait la refaire exactement comme elle était. Elle se souvient que :

- la couverture était rectangulaire ;
- elle était faite de carrés tous de même taille, cousus ensemble ;
- il y avait 44 carrés sur le tour ;
- sur la longueur il y avait deux fois plus de carrés que sur la largeur.

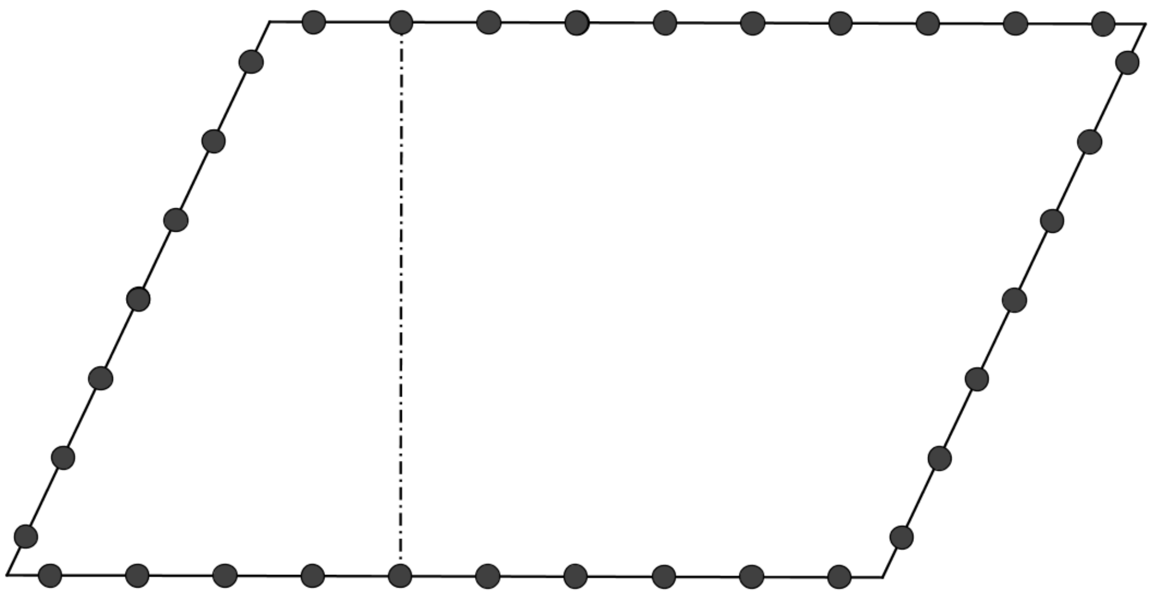
➢ Dites à grand-mère combien il y avait de carrés sur la longueur de sa couverture et combien sur la largeur. Expliquez votre recherche.

Des robots pour désherber (6^e)

Monsieur Des HERBONS a inventé un petit robot qui enlève les mauvaises herbes des pelouses. Pour l'instant ce robot ne peut aller qu'en ligne droite, mais il en a fabriqué suffisamment pour pouvoir les disposer sur les bords de sa pelouse, à 1 m les uns des autres et à 0,5 m des coins. Par télécommande, les robots se mettent en marche tous en même temps et avancent tous à la même vitesse, perpendiculairement au bord de départ. Chaque robot s'arrête seulement quand il rencontre la trajectoire d'un autre robot.

Sa pelouse a la forme d'un parallélogramme et, sur les grands côtés, les robots sont face à face. Un plan à l'échelle est fourni sur la feuille réponse.
Attention, si vous recopiez la figure, les angles ont leur importance, sinon certains robots risquent de ne pas s'arrêter !

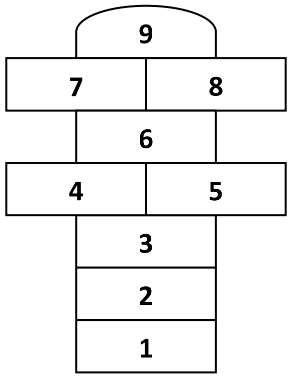
➢ Dessinez le trajet des robots sur la pelouse ainsi que les lignes sur lesquelles ils s'arrêtent.



La marelle (6e et cycle central)

Des enfants jouent à la marelle dans la cour de l'école.
Ils souhaitent colorier les cases avec des couleurs différentes de manière que deux cases en contact ne soient pas de même couleur.

➢ De combien de couleurs au minimum les enfants ont-ils besoin ? Effectuer <u>sur la feuille réponse</u> le coloriage pour le justifier.



Nombres croisés (6e et cycle central)

Complète la grille de la feuille réponse (un chiffre par case).

C1 : Multiple de 7 dont la somme de ses chiffres est 16.
C2 : Produit des 7 premiers nombres entiers (naturels) non nuls.
C3 : Double du double du double du double du double du double du double de 1.
C4 : Somme de 31 centaines et de 42 unités.

L1 : Mesure en degrés d'un angle aigu d'un triangle rectangle isocèle.
– Nombre de hauteurs d'un triangle.
L2 : Plus que 10 jours pour se la « souhaiter bonne »
L3 : Le nombre de Dalmatiens dans le dessin animé de Walt Disney en est un diviseur.
L4 : Multiple de 9.

	C1	C2	C3	C4
L1				
L2				
L3				
L4				

Faisons la foire ! (6e et cycle central)

Un éleveur de Bresse vend ses animaux à la foire de Louhans en les regroupant en six lots :

1er lot :	2 poules + 4 lapins	2e lot :	1 poule + 3 canards
3e lot :	1 dinde + 6 poules	4e lot :	2 oies
5e lot :	2 dindes + 1 lapin	6e lot :	1 oie + 1 dinde + 1 poule

Chaque lot est vendu 100 € et deux animaux de même espèce sont vendus au même prix.

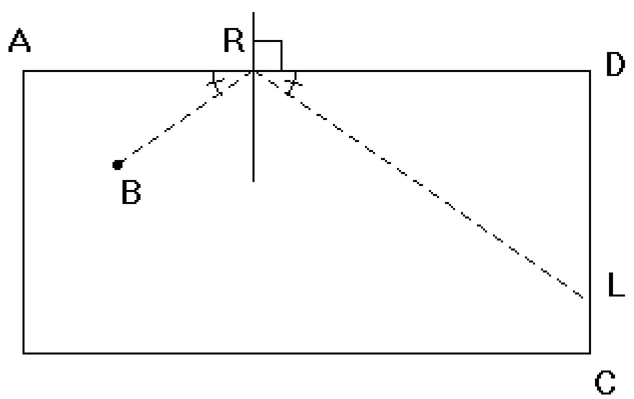
➢ Quel est le prix d'une oie ? d'une poule ? d'une dinde ? d'un lapin ? d'un canard ? Indiquez vos calculs.

Le billard (cycle central)

Sur un billard lorsque la boule B rebondit sur un bord [AD], l'angle $\widehat{DRL}$ de la trajectoire de la boule avec la bande (après rebond) est le même que l'angle $\widehat{ARB}$ (avant rebond).

Quel point V de la bande [AD] doit viser le joueur pour que, après un seul rebond, la boule finisse sa course dans le coin C du billard ?

➢ Placez exactement le point V de rebond sur la bande [AD] sur le schéma de la feuille réponse et expliquez votre méthode.



Disque dur et place nette (cycle central)

Sur son disque dur de 50 Go, Dominique n'a que 10 % d'espace libre.
Elle décide donc d'effacer des fichiers mais pas questions de supprimer le dossier rallye qui représente 1 % de l'espace disque occupé.
Une fois le ménage effectué, le dossier rallye représente alors 7,5 % de l'espace occupé.
➢ Combien, en Go, Dominique a-t-elle libéré de place ? Détaillez vos recherches (schéma, calculs, etc.).

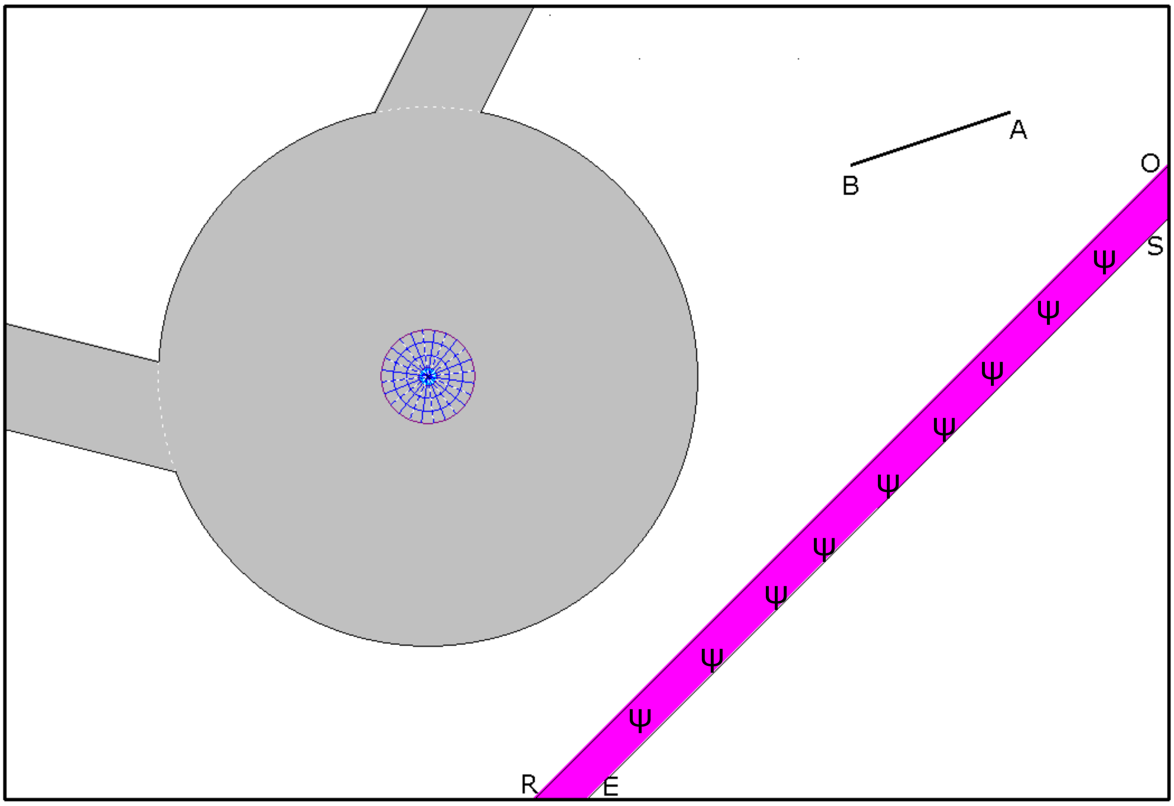
Anniversaires menteurs (cycle central et 3^e)

Sophie, Lucas, Nadia et Charlotte fêtent leur anniversaire chacun à une saison différente.
– Lucas dit : « Sophie est née au printemps et Nadia n'est pas née en automne. »
– Sophie réplique : « Je ne suis pas née au printemps et Charlotte n'est pas née en hiver. »
– Charlotte affirme : « Sophie est née en automne et Nadia en hiver. »
– Nadia déclare : « Lucas est né en été et Charlotte en automne. »
Chacun a dit une vérité **et** un mensonge.
➢ À quelle saison chacun des quatre amis fêtera-t-il son anniversaire ?

Jardin à la française (cycle central et 3^e)

Monsieur BOURGEOIS demande à son jardinier, Monsieur LEVÔTRE, de placer 4 bancs identiques autour de l'allée circulaire située à côté d'une magnifique rangée de rosiers figurée par le trapèze ROSE !
Mais il exige que :
- les extrémités de chaque banc soient exactement sur le cercle externe de l'allée,
- les bancs se fassent face 2 à 2, de façon à ce que deux soient parallèles à la rangée et les deux autres perpendiculaires.

➢ Aidez M. LEVÔTRE à placer les bancs **sur le schéma de la feuille réponse** en les représentant simplement par 4 segments de longueur égale à celle du segment [BA]. Indiquez les constructions géométriques que l'on doit réaliser pour y parvenir.



Le gâteau d'à l'UN ! (3^{e})

Alain TÉRİEUR invite des copains à son goûter de fin d'année. Il organise un jeu où les récompenses sont des parts de gâteau, plus ou moins importantes selon le nombre de points obtenus au jeu.
Les parts de gâteau sont uniquement des fractions de numérateur 1 :

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \text{etc.}$$

İl souhaite partager tout le gâteau (sans reste), avec des parts toutes différentes qu'il répartira selon l'ordre d'arrivée au jeu.
Ainsi, dans le cas où le nombre de joueurs est 3, il donnera :

$$\frac{1}{2} \text{ au } 1^{er},\ \frac{1}{3} \text{ au } 2^{e} \text{ et } \frac{1}{6} \text{ au } 3^{e}.$$

En effet, on a bien : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \mathbf{1}$ **.**

➢ Donnez une solution possible pour 4 personnes.

Question BONUS : ➢ Donnez une solution possible pour 5 personnes.

Le carré d'ébène de Ben (3^{e})

Un ébéniste voudrait découper le plateau d'ébène d'une table ronde de 1 mètre de diamètre pour obtenir un plateau carré, mais de façon à ce qu'il ne perde pas plus de 30 % de l'aire initiale.
➢ Est-ce possible ? Justifiez votre réponse.

L'âge de Pierre (3^{e})

Pierre a **40** ans. İl a une femme et 4 enfants.
En faisant le produit des âges des **6** membres de sa famille, Pierre est très surpris : il obtient

4 0 4 0 4 0 .

➢ Quels sont les âges de chacun des autres membres de sa famille ?

Sous vos applaudissements (3^{e})

À l'issue de la représentation de la comédie de Stéphane : Les Grenouilles, Alexis et Pauline applaudissent les acteurs venus saluer. Alexis tape 6 fois dans ses mains en 6 secondes, tandis que Pauline tape 8 fois dans ses mains en 8 secondes.
➢ Lequel des deux spectateurs tapera le plus rapidement 10 fois dans ses mains ?
Mais NON, ce n'est pas pareil !

K-ré magique (3^{e})

	K	

Un carré est dit magique lorsque la somme des nombres situés sur chaque ligne, chaque colonne **et** chaque diagonale est la même.

➢ Trouver le nombre **K**, sachant que le carré magique dans lequel il est inscrit est composé des entiers de 10 à 18.

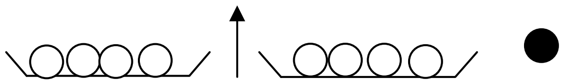
Ça balance un max !

Pour réussir en 3 pesées *maximum*, on fait deux groupes de 4 billes.

Deux cas peuvent se présenter.

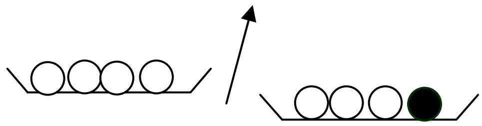
1er cas : soit les deux plateaux sont en équilibre. Cas très simple où la bille recherchée (représentée en noir) est toute seule en dehors des plateaux (une chance sur neuf !).

Une seule pesée a suffit !



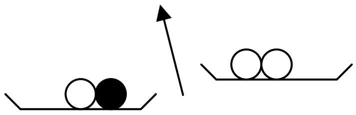
2e cas : soit les deux plateaux ne sont pas en équilibre.

a) Dans ce cas, le plateau penche d'un côté et la bille la plus lourde est dans ce plateau.



b) On fait alors, à partir de ce groupe, deux sous-groupes de 2 billes : la balance va pencher d'un côté.

➢ On garde les 2 billes qui sont sur ce plateau.

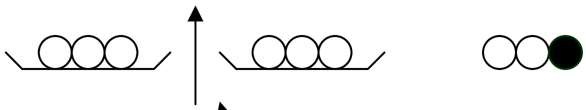


c) Il reste deux billes, la 3e pesée consiste à mettre une bille sur chaque plateau ce qui permet de trouver la bille qui est la plus lourde.

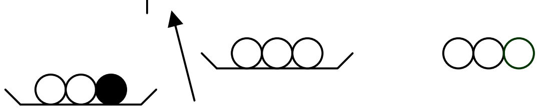
Pour réussir en deux pesées.

1- On fait 3 tas de trois billes. On choisit 2 tas que l'on place sur la balance.

1er cas : si la balance est en équilibre c'est que la bille la plus lourde est dans le tas qui n'est pas sur la balance.



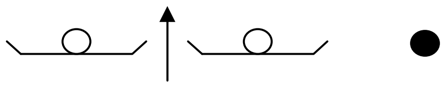
2e cas : la balance penche d'un côté, la bille la plus lourde est du côté le plus lourd.



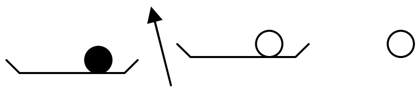
Dans les deux cas, la bille a été identifiée dans un tas de 3 billes.

2- À partir de ces 3 billes, on en choisit 2 que l'on place sur la balance.

1er cas : si la balance est en équilibre, la bille la plus lourde est sur le côté.

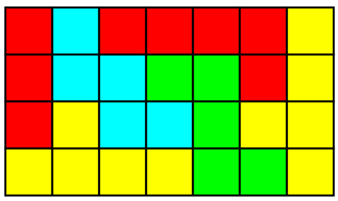


2e cas : si la balance penche d'un côté, la bille la plus lourde est de ce côté.



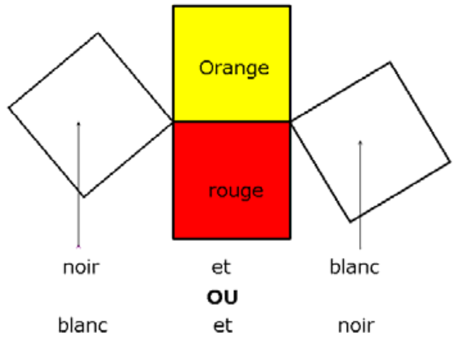
Un triamino, des pentaminos

Ou toute solution obtenue par symétrie axiale ou centrale de celle-ci.



Faces d'un cube

Un sommet du cube est le seul point commun à trois faces.
Dans les 2^e et 3^e jets, elle voit deux fois deux mêmes couleurs : orange et rouge. Donc elle voit l'arête entre orange et rouge.

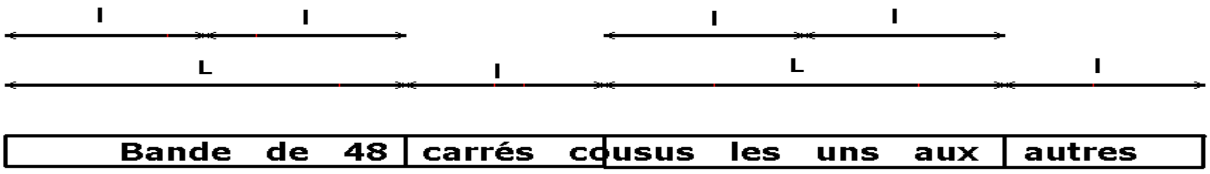


Les 3 faces orange, rouge et **noir** ont pour unique sommet commun l'une des extrémités de l'arête entre orange et rouge. Orange, rouge et **blanc** ont donc l'autre extrémité.
La face opposée à la face noire est donc la blanche.

Le premier jet n'apporte aucune information pour répondre à la question.

Mais que faisait donc le chat ?

En faisant la somme des carrés comptés sur chaque côté, on obtient un nombre supérieur de 4 au nombre de 44 carrés comptés en faisant le tour. En effet, les 4 carrés des « coins » sont comptés deux fois.
Une bande formée de deux longueurs et de deux largeurs contiendrait donc 48 carrés (44+4).

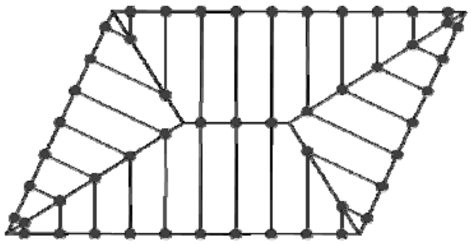


Comme le nombre de carrés dans la longueur est le double de celui des carrés dans la largeur, la bande ainsi formée est la même que celle formée de six largeurs.
Si 6 largeurs utilisent 48 carrés, une largeur en compte 48 **:** 6 = **8** et, par suite, une longueur le double : **16**.

Cet exercice a été assez bien réussi en général, même s'il a été souvent résolu par essais successifs. Heureusement que les cas sont en nombre limité et que les solutions sont entières !

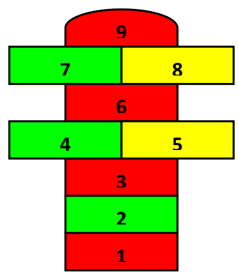
Des robots pour désherber

Exercice étonnamment peu réussi !
Souvent les trajectoires ne sont pas perpendiculaires aux bords, sauf les 7 qui joignent des points horizontaux opposés.
Il serait peut-être bon d'entraîner plus les élèves à effectuer des exercices de tracés et de construction.



La marelle

Comme on peut le constater, trois couleurs suffisent.
Deux couleurs seraient insuffisantes puisque, par exemple, les cases 7, 8 et 9 se touchent deux à deux.



Les meilleures copies précisent souvent le nombre minimum mais le justifient rarement.

Nombres croisés

Étrangement délaissé, cet exercice ne présentait pourtant pas de grosse difficulté. 2011

	C1	C2	C3	C4
L1	4	5		3
L2	2	0	1	1
L3	2	4	2	4
L4	8	0	8	2

Faisons la foire !

Le 4^{e} lot permet de calculer le prix d'**une oie** : 100 € : 2 = **50 €**.

Le 6^{e} lot permet de calculer le prix d'une dinde **et** d'une poule : 100 € - 50 € = 50 €.

Le 3^{e} lot permet de savoir le prix de 5 poules : 100 € - 50 € = 50 € ; donc d'**une poule : 10 €**. De la 2^{e} ligne, on déduit que le prix d'**une dinde** est : 50 € - 10 € = **40 €**.

Le 5^{e} lot, permet de calculer le prix d'**un lapin** : 100 € - (2 × 40 €) = **20 €**.

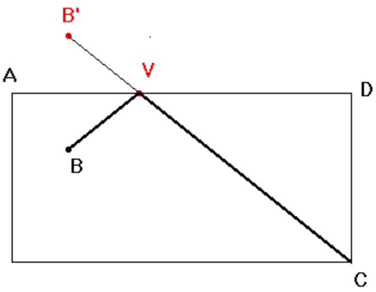
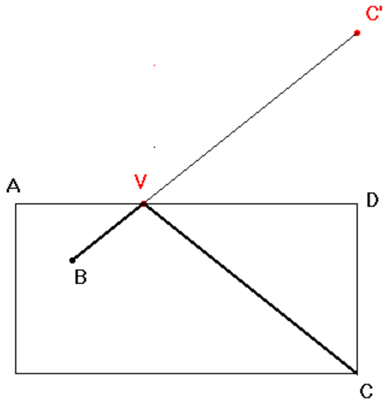
Le 2^{e} lot, permet de calculer le prix d'**un canard** : (100 € - 10 €) : 3 = **30 €**.

Le 1er lot permet simplement de vérifier les résultats : (2 × 10 €) + (4 × 20 €) = 100 €.

Beaucoup de réponses uniquement justifiées a posteriori *par des vérifications.*

Le billard

OU

 B' est le symétrique de B par rapport à (AD).	*Sans doute* *le plus pratique* *pour un joueur !*  C' est le symétrique de C par rapport à (AD).

Disque dur et place nette

S'il reste 10 % d'espace disque, cela signifie que, sur les 50 Go, il reste 5 Go ($\frac{50 \times 10}{100} = 5$).

İl y a donc, sur les 50 Go, 45 Go qui sont occupés (50 - 5 = 45).
Le dossier rallye occupe 1 % de l'espace occupé, cela signifie qu'il utilise 0,45 Go (45 × 0,01).
Après nettoyage, ces 0,45 Go représentent 7,5 % de l'espace disque occupé, cela signifie que l'espace disque occupé est désormais de 6 Go ($\frac{100 \times 0,45}{7,5} = 6$).

Donc, sur les 50 Go, seulement 6 Go sont désormais occupés, comme au départ 45 Go étaient occupés, il y a eu 39 Go de libérés (45 - 6 = 39).

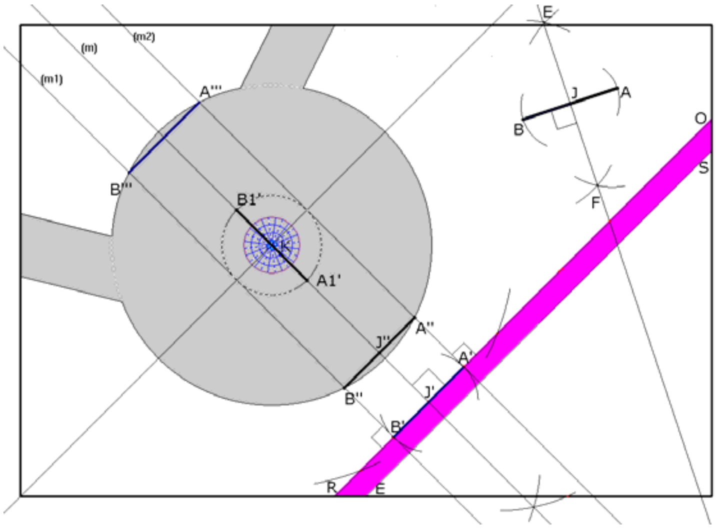
Anniversaires menteurs

- On remarque que l'affirmation de Lucas et la première partie de l'affirmation de Sophie sont contradictoires. Par conséquent une seule des deux est vraie.
- **Si** l'hypothèse « Sophie est née au printemps » est vraie, alors selon la deuxième affirmation de Lucas, Nadia est née en automne. Or selon l'affirmation de Charlotte, Nadia serait née en hiver. Par conséquent, Sophie n'est pas née au printemps.
- Puisque Sophie n'est pas née au printemps, alors de l'affirmation de Sophie on peut déduire que Charlotte est née en hiver.

Donc Nadia ne peut pas être née en hiver et, d'après l'affirmation de Charlotte, Sophie est née en automne.
- Charlotte est née en hiver donc, d'après l'affirmation de Nadia, Lucas est né en été.
- Par conséquent Nadia ne peut être née qu'au printemps.

Là encore, beaucoup de réponses « sèches » ou justifiées a posteriori. *Une affirmation prise « au hasard » comme vraie n'est pas énoncée clairement comme étant une supposition !*

Jardin à la française



Analyse du problème :

Supposons avoir correctement placé [A"B"], un des bancs, parallèles à la rangée de rosiers

- Puisque A" et B" sont sur un même cercle de centre K, K est équidistant de A" et de B", autrement dit K appartient à la médiatrice (m) de [A"B"].
- Les parallèles à cette médiatrice (m) passant par A" et B" coupent [RO] perpendiculairement à (RO) en A' et B'. Autrement dit A'B'B"A" est un rectangle.
- Comme (A"B") est parallèle à la rangée (RO), (RO) est perpendiculaire à cette médiatrice. On peut nommer J' le point d'intersection de cette médiatrice avec [RO].
- On peut alors aisément justifier que A"J"J'A' est un rectangle et par suite que J' est le milieu de [A'B'].
- Construire [A"B"] revient donc à construire [A'B'], ce qui est aisé.

Construction :

- Construisons le milieu J du banc [AB], en mesurant ou en construisant la médiatrice.
- Traçons la perpendiculaire (m) à la rangée (RO), passant par K. Elle coupe [RO] en J'.
- Traçons le cercle de centre J' et de rayon JB. On obtient A' et B', par intersection avec (RO).
- İl suffit de tracer les parallèles (m1) et (m2) à la droite (m). Elles coupent le cercle extérieur à l'allée respectivement en A" et B", et en A"' et B"'

Conclusion : A"B"B'A' et A'"B'"B'A' sont alors des rectangles. Les bancs [A"B"] et [A"'B"'] sont donc de même taille que [A'B'] et donc que [AB], par construction. De plus (A"B") et (A"'B"') sont parallèles à (RO), portée par [A'B'] et répondent bien à la question.

Une construction identique utilisant A1'et B1' obtenus par intersection du cercle de centre K et de rayon JB avec la droite (m) permet de placer les deux autres bancs.

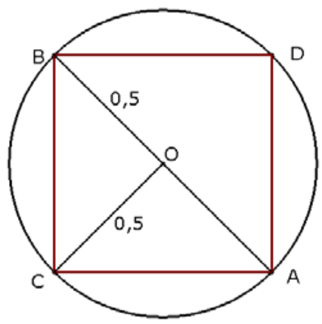
Le gâteau d'à l'UN !

Une seule équipe, que nous félicitons, nous a fourni une solution valable quel que soit le nombre de participants.

Partant de l'énoncé qui propose pour trois joueurs : 1/2 ; 1/3 ; 1/6, puisque : 1/2 + 1/3 + 1/6 = 1 , elle raisonne ainsi : « Si on ajoute une personne qui arrive en premier, et qu'elle prend 1/2 du gâteau, tous les autres auront 2 fois moins de gâteau ». D'où 1/2 ; 1/4 ; 1/6 ; 1/12.

D'autres proposent de remplacer une fraction par une « un peu » plus petite. Par exemple 1/6 par 1/7. Leur différence est 1/42 qui complète la réponse… Encore fallait-il s'apercevoir que ce choix donne bien un numérateur égal à 1, à cause des nombres consécutifs 6 et 7 !!!

Le carré d'ébène de Ben



Le disque a pour rayon 0,5 m.
Son aire est de $\pi \times (0{,}5\text{ m})^2 \approx 0{,}79\text{ m}^2$. Si Ben ne veut pas perdre plus de 30 % de l'aire initiale, le carré obtenu ne doit pas faire moins de : $0{,}79\text{ m}^2 - 30\% \times 0{,}79\text{ m}^2 \approx 0{,}55\text{ m}^2$.
Le carré devant être le plus grand possible, ses sommets doivent être sur le cercle.
Selon le codage de la figure, l'aire du carré ACBD est égale à 4 fois celle du triangle isocèle rectangle AOC soit : $4 \times \dfrac{(0{,}5\text{ m})^2}{2} = 0{,}5\text{ m}^2$.
Ou $AB \times CD : 2 = 1\text{ m} \times 1\text{ m} : 2 = 0{,}5\text{ m}^2$.
Or 0,5 < 0,55 donc la réalisation souhaitée n'est pas possible.

L’âge de Pierre

40 étant l'âge de Pierre, on trouve que 404 040 = 40 × 10 101
Or 10 101 = 1 × 3 × 7 × 13 × 37
On en déduit donc que les enfants ont : 1 an, 3 ans, 7 ans, 13 ans et que sa femme a 37 ans.

Certaines équipes, n’ayant pas pensé à 1, nous ont proposé 1,5 an et 2 ans au lieu de 1 et 3. Les mathématiques, sans la médecine, peuvent-elles être juges d’une telle prématurité ? ! Les auteurs avaient « oublié » de préciser que les âges étaient entiers ! Pan sur le bec…

Sous vos applaudissements

Si Alexis tape 6 fois dans ses mains, il y a 5 intervalles de temps entre l’ensemble de ses frappes.
Chaque intervalle entre deux frappes dure donc 6/5 seconde.
De la même manière, l’intervalle entre deux frappes de Pauline dure 8/7 seconde.
(En remarquant que 6/5 > 8/7, puisque 6/5 = 1 + 1/5 et 8/7 = 1 + 1/7, on a déjà la réponse.)
Entre 10 frappes, il y a 9 intervalles.
İl faudra donc 9 × 6/5 =10,8 secondes à Alexis pour taper 10 fois dans ses mains et
9 × 8/7 ≈ 10,29 secondes à Pauline pour faire de même.
C’est donc Pauline qui applaudit le plus rapidement.

Malgré l’avertissement dans l’énoncé, certaines équipes ont affirmé que c’était pareil.

K-ré magique

a	b	c
	K	
d	e	f

Soit N la somme commune des nombres situés sur chaque ligne, chaque colonne **et** chaque diagonale.
Les diagonales valent a + K + f = N = d + K + c ;
la colonne centrale b + K + e = N
On en déduit que (a + b + c) + 3K + (f + d + e) = 3N.
Comme a + b + c = d + e + f = N alors 3K = N et K = N/3
Or $N = \frac{(10 + 11 + 12 + ... + 18)}{3} = \frac{126}{3} = 42$ donc K = 42/3 = 14.

Cela revient à remplir un carré magique avec les nombres de 1 à 9 et à ajouter 9 partout !
Là encore des justifications a posteriori.
Certains ont argué du choix de nombres symétriques (10 et 18, 11 et 17, etc.) pour conserver la somme dans les diagonales et les médianes. Il reste donc 14 au centre.

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE

APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Conseil Général

www.cotedor.fr

Côte d'Or

Texas Instruments

Cosinus